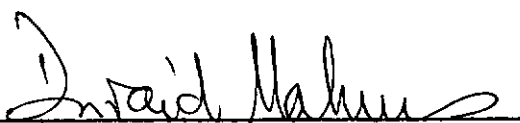
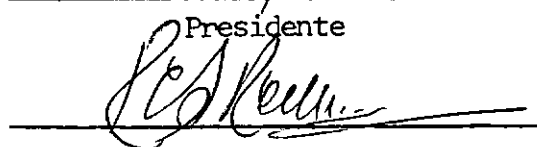
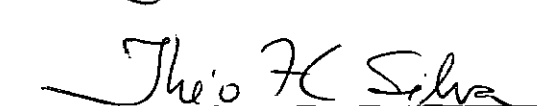


MANCAIS HIDROSTÁTICOS APLICADOS EM  
TORNOS DE FABRICAÇÃO NACIONAL

Reinaldo Fernandes Danna

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO  
DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUI-  
SITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.)

Aprovada por:

  
Presidente  
  


RIO DE JANEIRO  
ESTADO DA GUANABARA - BRASIL  
SETEMBRO DE 1973



AGRADECIMENTOS

O autor agradece aos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho e particularmente,

Ao prof. Duraid Mahrus, pela eficiente e precisa orientação recebida,

Ao prof. Michel Evans, pela orientação e incentivo, e

Ao Centro de Processamento de Dados da Universidade de Brasília, pelo assessoramento na utilização do computador digital.

RESUMO

É formulada uma rotina para o projeto de sistemas de mancais hidrostáticos planos aplicados em máquinas operatrizes, particularmente, em tornos.

Inicialmente, são estudadas as condições e definidos os parâmetros do escoamento do fluido incompressível para o sistema de mancais.

Em seguida, um programa aplicado a computadores digitais é desenvolvido para a determinação das dimensões dos mancais e especificação do sistema hidráulico.

ABSTRACT

A routine is formulated for the design of plane hydrostatic bearing systems as used in machine tools, particularly lathes.

Incompressible fluid flow conditions and parameters are first studied and defined for the bearing system.

A digital computer program is then presented, which is capable of determining bearing dimensions and hydraulic system characteristics.

ÍNDICE

Cap. I - Introdução	1
Cap. II - Revisão da Literatura	4
Cap. III - Fundamentos Teóricos Aplicados no Estudo de Mancais Hidrostáticos	7
3.1 - Escoamento entre placas paralelas estacionárias	7
3.2 - Rigidez do mancal	9
3.3 - Parâmetro do sistema hidrostático	12
3.4 - Parâmetros geométricos	20
3.4.1 - Parâmetro da vazão de óleo	20
3.4.2 - Relação de área	22
3.5 - Suposições utilizadas no trabalho	24
Cap. IV - Método de Trabalho	27
4.1 - Generalidades	27
4.2 - Programa número 1	28
4.2.1 - Determinação do centro de gravidade	28
4.2.2 - Estudo das forças e momentos que atuam no sistema	31
4.2.3 - Desenvolvimento teórico do programa número 1	36
4.3 - Programa número 2	46
4.3.1 - Introdução	46
4.3.2 - Desenvolvimento teórico do programa número 2	50
4.3.3 - Otimização do sistema hidrostático	56
4.4 - Programa número 3	57
4.4.1 - Introdução	57
4.4.2 - Determinação da pressão do sistema e nos mancais	57
4.4.3 - Determinação das dimensões dos mancais	59

4.4.4 - Determinação da vazão do sistema hidráulico	60
4.4.5 - Determinação da potência da bomba do sistema hidráulico	61
4.4.6 - Determinação das dimensões do sistema de compensação	61
Cap. V - Aplicação do Método numa Máquina Operatriz	63
5.1 - Introdução	63
5.2 - Determinação do centro de gravidade	63
5.3 - Aplicação do programa número 1	66
5.4 - Aplicação do programa número 2	73
5.5 - Aplicação do programa número 3	74
5.6 - Observações finais	76
Cap. VI - Conclusões	78
SIMBOLOGIA	80
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	82
APENDICE 1	84
APENDICE 2	86
APENDICE 3	101

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

Nos mancais, quando quer-se produzir o filme de óleo necessário à lubrificação, pode-se utilizar duas técnicas básicas, nas quais os mancais funcionarão com pequeno atrito e, conseqüentemente, com pequeno desgaste e uma vida consideravelmente maior. A mais utilizada é a "auto-lubrificação" ou "lubrificação hidrodinâmica" onde o filme de óleo é resultante do movimento relativo entre as partes do mancal; portanto, sua capacidade de carga, vai depender desta velocidade relativa, podendo em alguns casos essa lubrificação não ser adequada, principalmente quando a velocidade relativa é muito baixa, caso em que a camada de óleo é insuficiente, e ou quando as cargas são elevadas, ocorrendo em ambos os casos a quebra do filme de óleo, e o conseqüente contacto metal com metal, o que é indesejado.

Para superar essas dificuldades existe uma outra técnica denominada "lubrificação por pressão externa" ou "lubrificação hidrostática", na qual o filme de óleo sempre é mantido. As principais vantagens dessa técnica são:

- alta capacidade de carga em qualquer velocidade para todo tipo de movimento, inclusive quando as partes do mancal estão parados;
- nenhum atrito inicial e extremamente baixo quando em movimento;
- nenhum contacto metal contra metal em qualquer velocidade de operação e carga;
- comportamento previsível e ajustável conforme as caracte



rísticas de carga, deslocamento, atrito viscoso, mudanças de temperatura e rigidez do mancal.

Por outro lado, essa lubrificação é relativamente cara, pois, necessita de equipamentos adicionais, tais como: uma fonte de pressão para o lubrificante, um sistema hidráulico para a circulação do óleo, tanque de armazenamento, tubos capilares para controle de vazão e pressão no mancal, filtros, além de trocadores de calor afim de manter a temperatura do óleo constante e, conseqüentemente, a sua viscosidade. Além disso, como qualquer interrupção no sistema de lubrificação pode ocasionar avarias ou mal funcionamento da máquina, um sistema de segurança deve ser previsto.

Pelas razões acima, essa técnica, apesar de poder ser aplicada em qualquer caso de lubrificação, tem um custo sensivelmente mais alto; logo, deve ser utilizada apenas em casos especiais, quando a velocidade relativa entre as peças que se movem é baixa e suportam cargas elevadas com um mínimo de esforço no sistema motor. Ela tem sido aplicada com sucesso em máquinas operatrizes de usinagem, grandes antenas de radares, rádios telescópios e outros equipamentos pesados que se movem lentamente.

O objetivo deste trabalho foi estabelecer uma rotina no projeto de sistemas de mancais hidrostáticos planos, que utilizem tubos capilares como sistema de compensação das forças nos mancais, tal que a máquina opere com grande precisão e com todas as vantagens do sistema hidrostático, e a elaboração de um programa para computadores digitais que possibilitasse aos projetistas de máquinas operatrizes de usinagem a execução, num tempo consideravelmente pequeno, de todo o sistema desejado.

Assim, partindo-se da distribuição dos mancais hidrostáticos planos na estrutura da máquina e das forças e momentos que nela atuam, é utilizado um computador digital IBM 1130, com 8K de memória, para determinar-se qual deve ser a rigidez de cada mancal, afim de que a deflexão nos mancais não prejudique a precisão da máquina operatriz, nem o funcionamento adequado do sistema hidráulico. Posteriormente, um método iterativo, baseado nos multiplicadores de Lagrange, é desenvolvido para determinar-se as forças que o sistema hidráulico deverá produzir em cada mancal e, conseqüentemente, determinar-se as dimensões dos mancais, do sistema de compensação e as características dos outros elementos do sistema hidráulico.

## CAPÍTULO II

### REVISÃO DA LITERATURA

A lubrificação por pressão externa, apesar de ser conhecida a muito tempo, só recentemente teve sua aplicação melhor estudada e utilizada. Os primeiros mancais construídos com essa técnica fundamentavam-se em métodos quase que completamente empíricos, sendo que as modificações com vistas ao seu melhor desempenho, baseados em experiências anteriores, quase sempre utilizavam o processo de tentativas.

Um dos primeiros pesquisadores a se preocupar com os mancais hidrostáticos planos foi Rippel<sup>(1)\*</sup>, que desenvolveu toda uma sistemática para o projeto de mancais individuais baseada no escoamento laminar de fluido incompressível em regime permanente e comportando-se como uma mola de compressão quando solicitado por um carregamento, isto é, adotou a noção da rigidez do mancal ser constante. Assim ele determinou fórmulas analíticas e aproximadas que estudam o comportamento dos parâmetros que agem no mancal plano qualquer que seja sua forma e dimensões.

Outros pesquisadores estudaram outros aspectos dos mancais hidrostáticos individuais; assim, Raimondi e Boyd<sup>(2)</sup> analisaram o sistema de compensação por pressão externa de um mancal circular utilizando tubos capilares e orifícios. Wilcock e Booser<sup>(3)</sup> apresentaram uma análise simplificada para as forças em mancais de forma quadrada utilizando tubos capilares, orifícios e válvulas de controle de vazão. Elwell e Sternlicht<sup>(4)</sup> apresentaram um

---

\* Números em expoente indicam referências bibliográficas.

estudo semelhante sendo que analisaram dois tipos de forças em mancais circulares chegando a testá-los experimentalmente. Malanoski e Loeb<sup>(5)</sup> investigaram o efeito do sistema de compensação das forças dos mancais sobre a rigidez dos mancais hidrostáticos quando são utilizados tubos capilares, orifícios ou controle de vazão por válvulas.

Ling<sup>(6)</sup> apresentou um método de otimização da rigidez dos mancais em lubrificação forçada; tomando como base o estudo do parâmetro  $p/p_s$ , relação entre a pressão no mancal e a pressão do sistema, ele determinou a máxima rigidez do mancal com este operando com qualquer espessura de óleo. Lewis<sup>(7)</sup> estudou a influência da forma do mancal nos parâmetros de vazão e carga do sistema de mancais.

Mais recentemente, foram desenvolvidos estudos para o projeto de sistemas de vários mancais trabalhando simultaneamente, estudos esses que foram grandemente favorecidos com a utilização de computadores digitais. Assim, P.E.R.A.<sup>(8)(9)</sup> elaborou uma rotina de projeto de mancais planos aplicados em máquinas operatrizes, baseada em dois programas padrões: no primeiro a partir das equações de equilíbrio das forças do sistema é determinada a rigidez máxima para cada mancal e no segundo utilizando um método iterativo de Newton são determinadas as forças que devem atuar em cada mancal; em seguida, com esses dados determinam-se as dimensões dos mancais e parâmetros do circuito hidráulico utilizando-se âbacos e tabelas desenvolvidas para os mancais.

O'Donoghue, Rowe e Hooke<sup>(10)</sup> com auxílio da computação compararam os trabalhos teóricos com os experimentais para mancais não planos e chegaram a testar mancais híbridos, isto é, mancais que trabalham tanto hidros

tática como hidrodinamicamente.

Shapiro<sup>(11)</sup> discute qualitativamente o avanço feito nas análises por computação de mancais hidrostáticos. Mostra a utilização da técnica dos elementos finitos para a determinação dos parâmetros do sistema para mancais cilíndricos, cita a utilização de fluidos compressíveis e não compressíveis e dedica atenção especial ao estudo dos mancais híbridos.

Lewis e Scouller<sup>(12)</sup> consideram a rigidez e a estabilidade dos mancais hidrostáticos auto-compensados e examinam o efeito do sistema de controle externo no sistema do mancal.

Rowe e O'Donoghue<sup>(13)</sup> indicam o crescimento no aproveitamento de mancais hidrostáticos para várias configurações e principais controles utilizados. Citam análises e projetos de mancais dando referência aos princípios básicos que distinguem as técnicas empregadas pelos pesquisadores. Abordam, também, a otimização, ação hidrodinâmica, comportamento dinâmico, efeito térmico, turbulência e tolerâncias encontradas em estudos dos parâmetros do sistema hidráulico.

Favaretto e Razelli<sup>(14)</sup> aplicam os mancais hidrostáticos em eixos de mandriladoras e abordam a técnica empregada e os problemas construtivos. Além do mais, comparam os resultados experimentais com os projetados.

### CAPÍTULO III

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS APLICADOS NO ESTUDO DE MANCAIS HIDROSTÁTICOS

### 3.1 - ESCOAMENTO ENTRE PLACAS PARALELAS ESTACIONÁRIAS

Considere-se o escoamento laminar de um fluido incompressível no regime permanente entre duas placas paralelas estacionárias, conforme indica a figura 3.1, separadas por uma distância  $h$  e tal que a largura  $B$ , na direção  $z$ , seja muito maior do que  $h$ . O escoamento ocorre na direção  $x$ , sendo que a pressão vai diminuindo gradativamente da esquerda para a direita nesta direção.

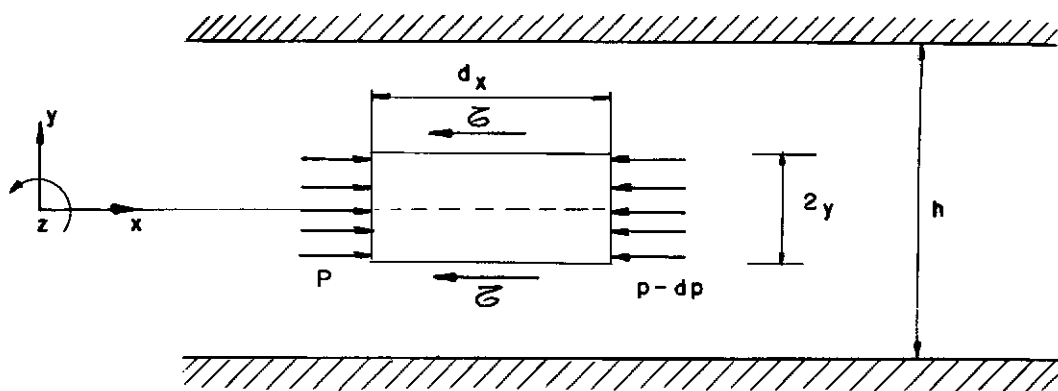


FIG. 3.1 - ESCOAMENTO ENTRE PLACAS PARALELAS ESTACIONÁRIAS

A equação de equilíbrio das forças que atuam num elemento do fluido, tendo espessura  $2y$ , comprimento  $dx$  e largura  $B$ , é:

$$2y B p - 2y B (p - dp) - 2\tau B dx = 0$$

sendo  $\tau$ , a tensão de cisalhamento na direção do escoamento

$$\therefore dp = \frac{\tau dx}{y}$$

(3.1)

Se  $v$  é a velocidade de escoamento e  $\mu$  a viscosidade do fluido, pela lei de Newton, vem:

$$\tau = - \mu \frac{dv}{dy} \quad (3.2)$$

logo, das equações (3.1) e (3.2), vem:

$$dv = - \frac{y}{\mu} \frac{dp}{dx} dy$$

onde, o gradiente de pressão é um valor constante. Integrando-se em relação a  $y$ , tem-se:

$$v = - \frac{y^2}{2\mu} \frac{dp}{dx} + C \quad (3.3)$$

e com as condições de contorno,  $v = 0$  quando  $y = \pm \frac{h}{2}$ , segue:

$$C = \frac{h^2}{8\mu} \frac{dp}{dx}$$

e, consequentemente:

$$v = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (3.4)$$

Tomando-se um elemento de área perpendicular a  $x$ , com espessura  $dy$  e largura  $B$ , vem:

$$dA = B dy$$

a vazão do fluido através desse elemento será:

$$dQ = v dA$$

$$\text{ou } dQ = \frac{B}{2\mu} \frac{dp}{dx} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right) dy$$

integrando-se em relação a  $y$ , vem:

$$Q = \frac{B}{12\mu} h^3 \frac{dp}{dx} \quad (3.5)$$

se na direção  $x$ , num comprimento  $L$ , tem-se uma variação de pressão  $(p_1 - p_2)$ , o gradiente de pressão será:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{p_1 - p_2}{L}$$

então, substituindo-se na equação (3.5), vem:

$$Q = \frac{B}{12L} \frac{h^3}{\mu} (p_1 - p_2) \quad (3.6)$$

Outra maneira de escrever a vazão do escoamento, pode ser:

$$Q = \frac{h^3}{\mu \phi} (p_1 - p_2) \quad (3.7)$$

onde  $\phi$  é um parâmetro da vazão do fluido incompressível, que só depende das dimensões das placas. No item (3.4.1), este parâmetro será melhor estudado.

O escoamento descrito acima é o que ocorre em mancais hidrostáticos planos de forma retangular, que é o tipo de mancal adotado nos projetos de sistemas de mancais planos em máquinas operatrizes de usinagem, pois, é o que apresenta melhor aproveitamento quanto à área disponível para a saída do óleo sob pressão.

### 3.2 - RIGIDEZ DO MANCAL

Denomina-se rigidez de um mancal hidrostático a relação entre a variação de força sobre a variação da espessura de óleo no mancal

$$K = - \frac{dF}{dh} \quad (3.8)$$

A figura 3.2, mostra o sistema hidráulico para um mancal



cuja pressão é controlada por um tubo capilar.

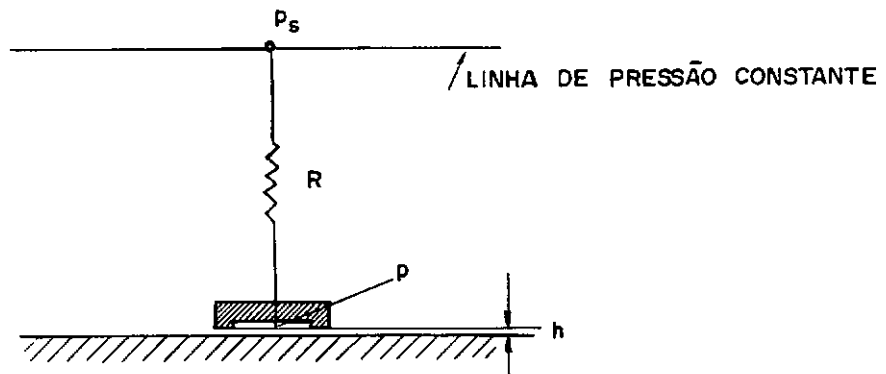


FIG. 3.2 - MANCAL HIDROSTÁTICO CONTROLADO POR TUBO CAPILAR

De uma fonte de pressão constante  $p_s$ , a vazão de óleo  $Q$ , passa através do capilar com uma resistência hidráulica  $R$  e depois, através do mancal cuja resistência hidráulica é  $r$ . Se a pressão na entrada do mancal é  $p$ , pela lei de Hagen - Poiseuille<sup>(15)</sup>, vem:

$$Q = \frac{p_s - p}{R} = \frac{p}{r} \quad (3.9)$$

Entretanto, a resistência hidráulica  $R$  do capilar é proporcional a viscosidade do lubrificante  $\mu$  e, para escoamento laminar<sup>(15)</sup>, depende somente das dimensões do tubo, isto é:

$$R = \frac{128 l}{\pi d^4} \mu \quad (3.10)$$

onde:  $l$  é o comprimento do tubo capilar e

$d$  é o diâmetro do tubo capilar

das equações (3.7)e(3.9), vem:

$$r = \frac{p}{Q} = \frac{\mu \phi}{h^3} \quad (3.11)$$

e:

$$p = p_s \frac{r}{R + r}$$

se A for a área efetiva do mancal, vem:

$$F = A p = A p_s \frac{r}{R + r} \quad (3.12)$$

para determinar-se a rigidez do mancal, segue:

$$K = - \frac{dF}{dh} = 3 \frac{A p_s}{h} \frac{R r}{(R + r)^2}$$

$$\text{ou } K = \frac{3 F}{h} \frac{R}{R + r} \quad (3.13)$$

logo, para uma determinada espessura e viscosidade de óleo, a rigidez estática pode ser escrita por:

$$K = \frac{F}{\lambda h} \quad (3.14)$$

onde:

$$\lambda = \frac{R + r}{3 R} \quad (3.15)$$

é um parâmetro do sistema hidrostático.

Uma das hipóteses adotadas é que a rigidez do mancal é constante, isto é, a variação da força no mancal é proporcional a variação da espessura de óleo; portanto, o mancal hidrostático trabalha como uma mola de compressão. Pela figura 3.3, verifica-se que a força no mancal não é linear com a espessura de óleo, mas, numa determinada faixa pode assim ser considerada. Outro aspecto importante é que tanto a rigidez transiente, dada por:

$$K = \frac{\Delta F}{\Delta h} \quad (3.16)$$

como a rigidez estática, em qualquer ponto desta faixa, dada pela equa-

ção (3.14), são iguais.

O exemplo abaixo, cujos valores são obtidos da figura 3.3, mostra a igualdade entre a rigidez transiente e a rigidez estática nos pontos 1 e 2, isto é:

$$K = \frac{\Delta F}{\Delta h} = \frac{360}{0,02} = 18.000 \text{ kgf/mm}$$

e,

$$K_1 = \frac{F_1}{\lambda_1 h_1} = \frac{500}{0,690 \times 0,040} = 18.000 \text{ kgf/mm}$$

$$K_2 = \frac{F_2}{\lambda_2 h_2} = \frac{400}{0,483 \times 0,046} = 18.000 \text{ kgf/mm}$$

Isto justifica a sequência do projeto, no qual determina-se, inicialmente, a rigidez transiente pela variação da força e da espessura de óleo, e, posteriormente, com esse valor para a rigidez estática, determinam-se a força e o parâmetro do sistema para cada mancal.

### 3.3 - PARÂMETRO DO SISTEMA HIDROSTÁTICO

Este parâmetro é definido como uma relação entre a resistência hidráulica total do mancal e a resistência hidráulica do tubo capilar. Das equações (3.9) e (3.15), tem-se:

$$\lambda = \frac{1}{3} \left( \frac{P_S}{P_S - P} \right) \quad (3.17)$$

$$\text{se: } \rho = \frac{P}{P_S} \quad (3.18)$$

$$\text{vem: } \lambda = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{1 - \rho} \right) \quad (3.19)$$

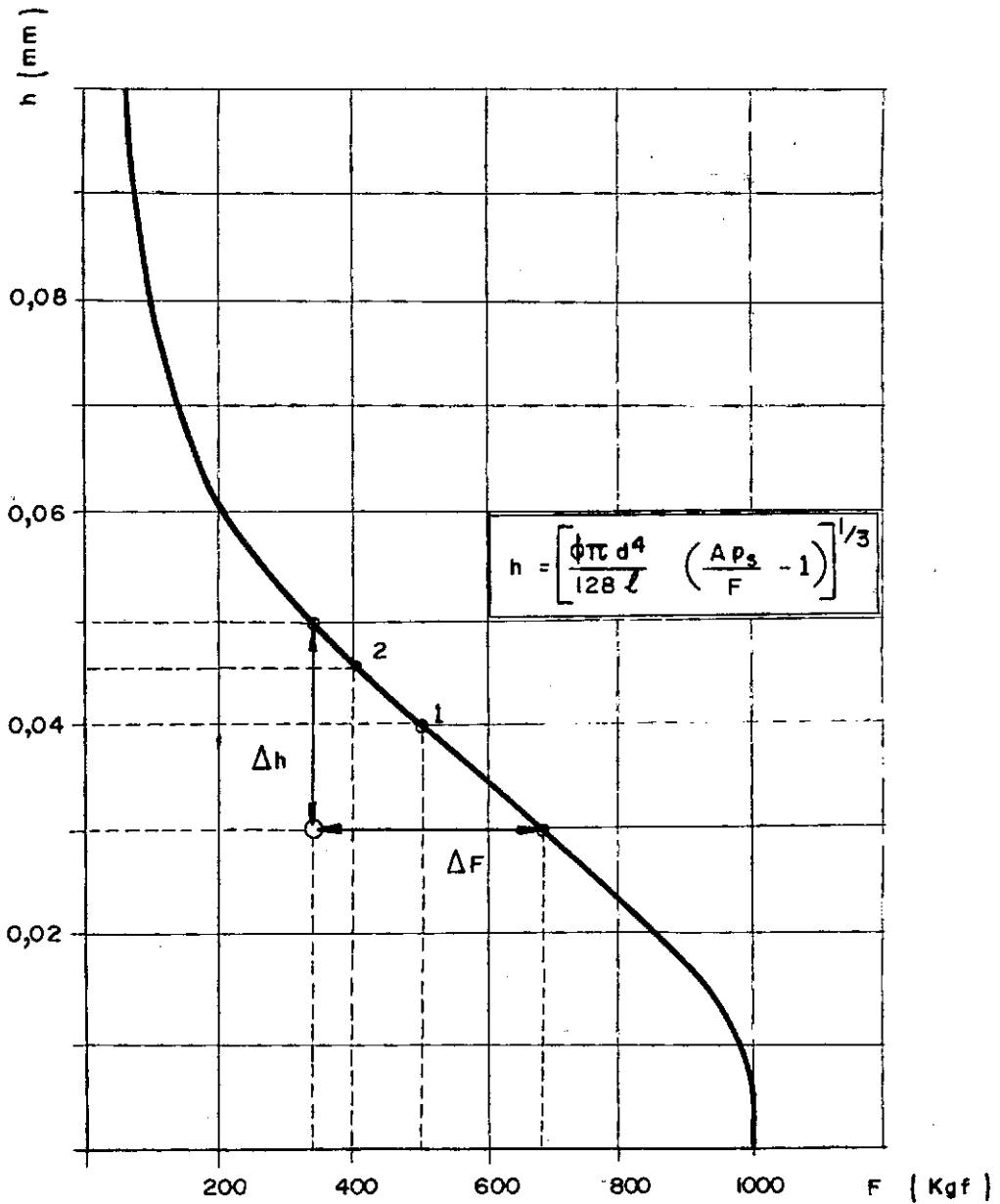


FIG. 3.3- DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ TRANSIENTE E ESTÁTICA DO MANCAL HIDROSTÁTICO PARA :  $\phi = 0,7$ ,  $d = 1,0 \text{ mm}$ ,  $l = 200 \text{ mm}$ ,  $A = 2000 \text{ mm}^2$ ,  $p_s = 0,5 \text{ Kgf/mm}^2$

A figura 3.4, mostra a variação do parâmetro do sistema hidrostático  $\lambda$  com a relação de pressão  $\rho$ . Como a relação de pressão varia de:

$$0 < \rho < 1$$

segue que:

$$0,33 < \lambda < \infty$$

O limite inferior para  $\lambda$  é tomado como 0,4, pois, essa imposição assegura que a pressão necessária para o sistema hidráulico não é maior do que seis vezes a pressão no mancal, ao passo que para valores menores a pressão no sistema tende rapidamente para valores muito maiores. Isto ocasionaria a necessidade de uma bomba de grande potência para o sistema, o que torna o projeto anti-econômico.

Para a determinação do valor máximo do parâmetro do sistema, impõe-se a condição que não haja contacto metal contra metal. Da equação (3.12), vem:

$$p_s = \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{R}{r} \right) \quad (3.20)$$

substituindo-se a equação (3.11) em (3.20) e reagrupando os termos, vem:

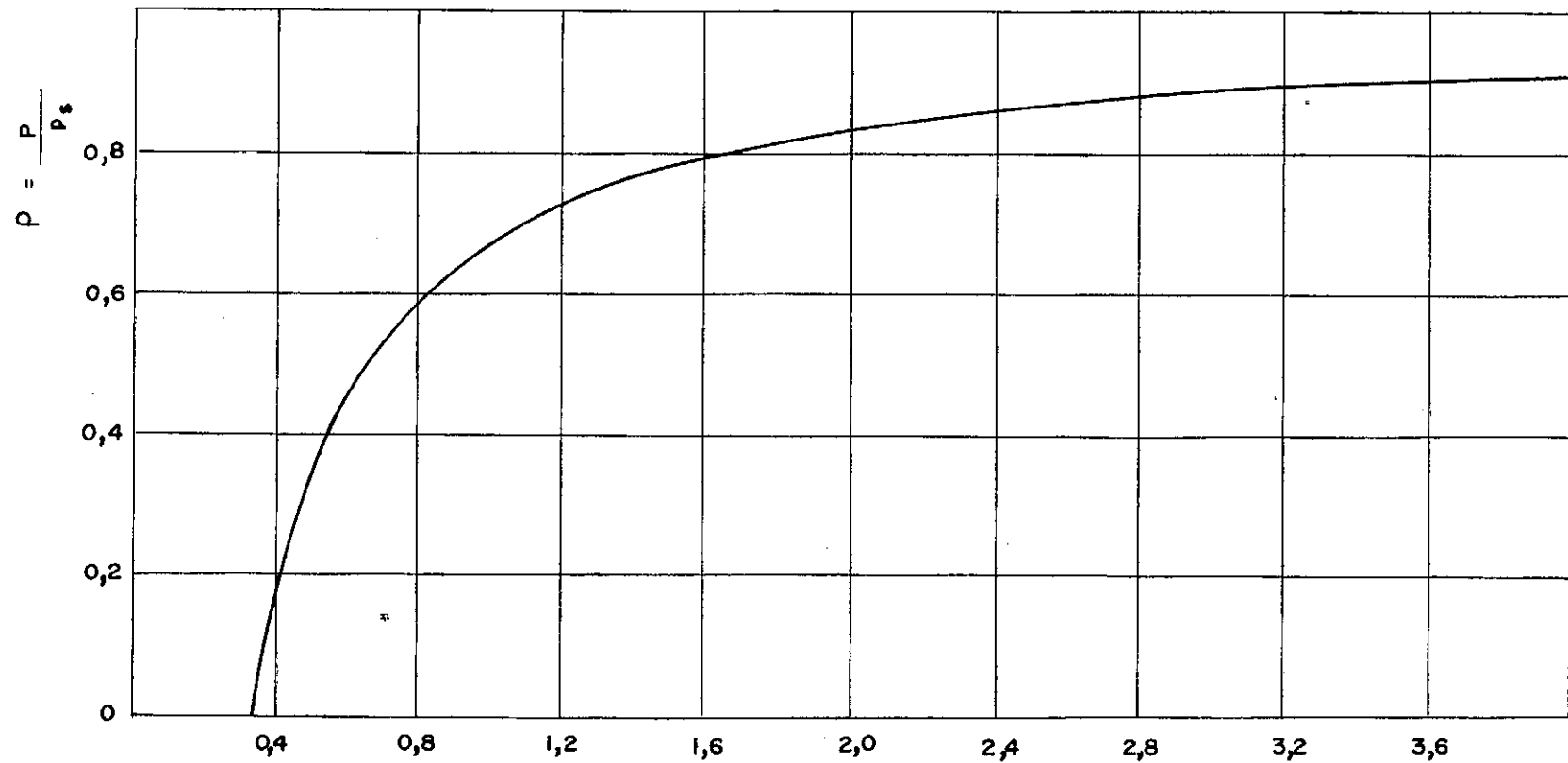
$$h^3 = \frac{\mu \phi}{R} \left( \frac{A p_s}{F} - 1 \right) \quad (3.21)$$

e, utilizando-se as equações (3.20) e (3.21) na equação (3.13), vem:

$$K = 3F \left( 1 - \frac{F}{A p_s} \right) / \left\{ \frac{\mu \phi}{R} \left( \frac{A p_s}{F} - 1 \right) \right\}^{1/3} \quad (3.22)$$

se:

$$x = \frac{F}{A p_s} \quad (0 < x < 1)$$



$$\lambda = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{1-p} \right)$$

FIG. 3.4 VARIAÇÃO DO PARÂMETRO DO SISTEMA HIDROSTÁTICO COM A RELAÇÃO DE PRESSÃO

e,

$$y = \frac{1}{3} \frac{K}{A P_S} \left( \frac{\mu \phi}{R} \right)^{1/3} \quad (3.23)$$

vem:

$$y = x (1 - x) \left( \frac{1}{x} - 1 \right)^{-1/3} \quad (3.24)$$

No ponto de projeto tem-se:

$$F_O = \lambda_O h_O K_O \quad (3.25)$$

$$e, \quad \lambda_O = \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{\mu \phi}{h_O^3 R} \right)$$

substituindo-se nas equações (3.23), vem:

$$y = \frac{K}{K_O} \frac{(3 \lambda_O - 1)^{4/3}}{9 \lambda_O^2} \quad (3.26)$$

$$e, \quad x = \frac{F}{F_O} \frac{3 \lambda_O - 1}{3 \lambda_O}$$

Quando:  $F = F_O$  e  $K = K_O$ , determina-se o ponto  $(x_O, y_O)$  da figura 3.5, que é o ponto de projeto do sistema hidrostático, no qual  $h = h_O$ ; logo, a escolha de  $\lambda_O$  determina  $(x_O, y_O)$  e este localiza o par  $(K_O, F_O)$  à direita, no ponto ou a esquerda do ponto de máximo da curva da figura 3.5, isto é:

a) se  $\lambda_O > 1$ ,  $(F_O, K_O)$  está a direita do ponto de máximo; então, para  $K < K_O$ , tem-se  $F > F_O$  e no mancal acontecerá o contacto metal com metal, pois, a variação na espessura será maior do que a variação máxima permitida;

b) se  $\lambda_O = 1$ ,  $(F_O, K_O)$  estará no ponto de máximo e para  $K \neq K_O$ , poderá ocorrer  $F > F_O$ ; portanto, caso análogo ao anterior;

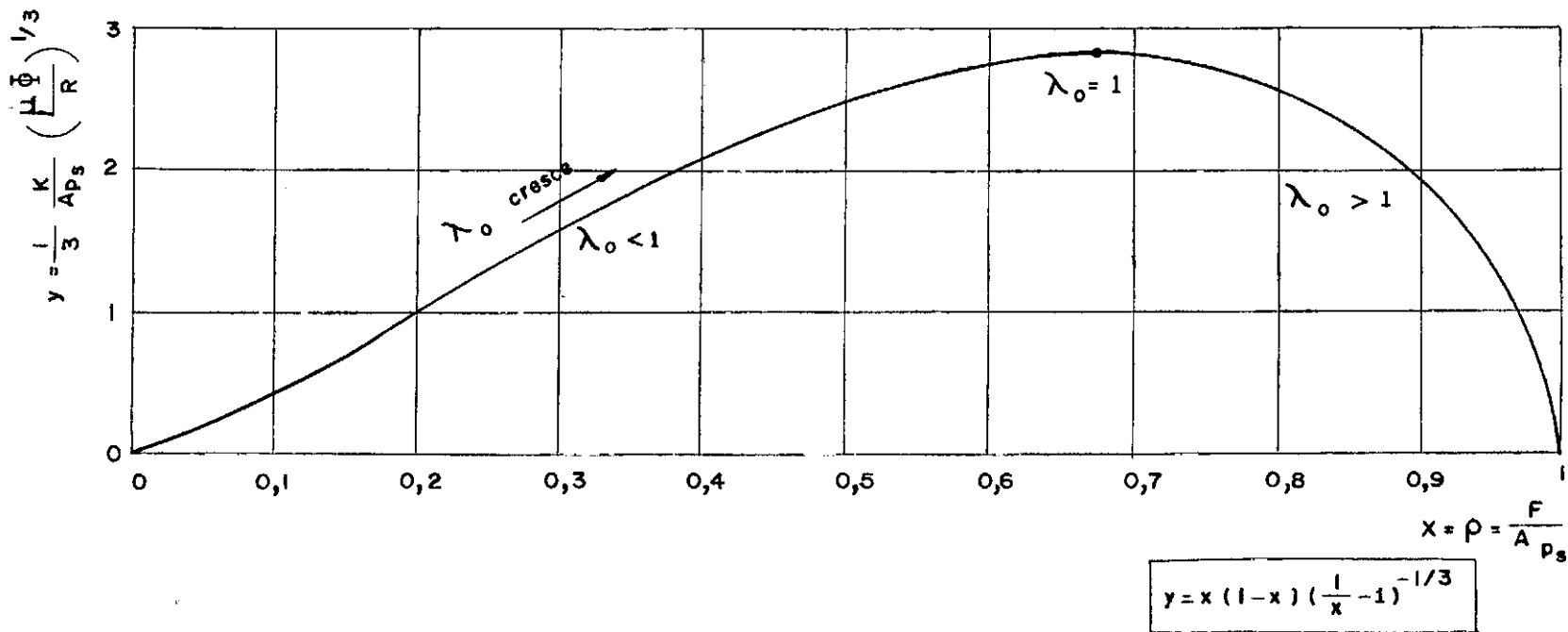


FIG. 3.5 - VARIAÇÃO DA FORÇA COM A RIGIDEZ DO MANCAL ADMENSIONAL



c) se  $\lambda_o < 1$ ,  $(F_o, K_o)$  estará a esquerda do ponto de máximo; logo para  $K < K_o$ , tem-se  $F < F_o$ . Logo, para satisfazer a condição de nenhum contacto metal contra metal é necessário que:

$$h_o - h < \frac{F - F_o}{K_o} \quad (3.27)$$

pois quando  $F > F_o$ , tem-se  $h < h_o$ .

Desenvolvendo-se a inequação (3.27), tem-se:

$$- \left(\frac{h}{h_o}\right)^4 + \left(\frac{h}{h_o}\right)^3(1 + \lambda_o) - \left(\frac{h}{h_o}\right)(3\lambda_o - 1) + (2\lambda_o - 1) < 0$$

e como:

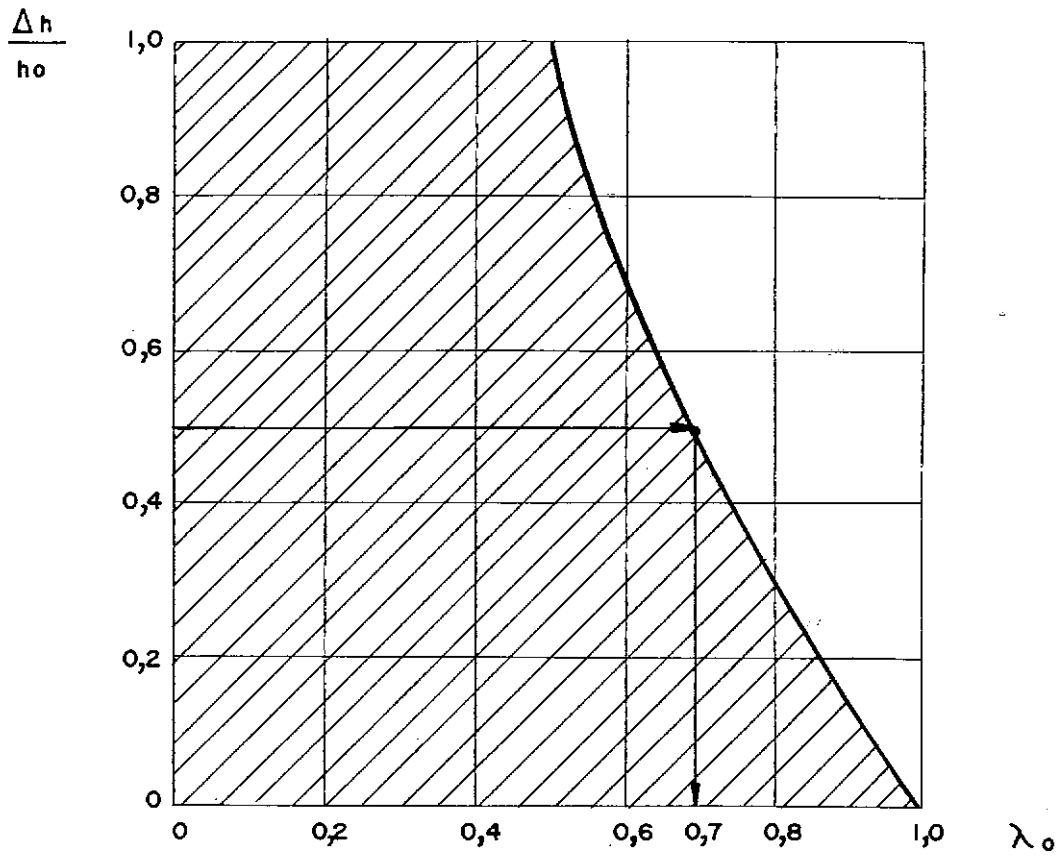
$$\frac{\Delta h}{h_o} = 1 - \frac{h}{h_o}$$

tem-se a condição de não contacto:

$$\left(\frac{\Delta h}{h_o}\right)^2 \left\{ \left(\frac{\Delta h}{h_o}\right)^2 - \left(\frac{\Delta h}{h_o}\right)(3 - \lambda_o) - (3\lambda_o - 3) \right\} > 0 \quad (3.28)$$

Na figura 3.6, todos os pontos da região achurada satisfazem a condição da inequação (3.28); portanto, são os pontos onde não haverá contacto metal com metal.

Assim, se houver um deslocamento de 50% na espessura de óleo no mancal, para que não haja contacto o parâmetro  $\lambda_o$  do sistema hidrostático deverá ser no máximo igual a 0,7. Para  $\lambda_o < 0,5$ , qualquer variação na espessura de óleo do mancal satisfaz a condição de não contacto. Logo, uma condição mais rígida para o projeto de mancais hidrostáticos seria:



$$\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 - \left(\frac{\Delta h}{h}\right)(3 - \lambda_0) - (3\lambda_0 - 3) > 0$$

FIG.3.6 - DETERMINAÇÃO DO MÁXIMO VALOR DO PARÂMETRO DO SISTEMA HIDROSTÁTICO

$$0,4 < \lambda_o < 0,5$$

quando o sistema hidráulico utiliza tubo capilar para controle da pressão no mancal.

Aos casos normais, entretanto, a faixa de variação de  $\lambda_o$ , para esse mesmo sistema de compensação, é:

$$0,4 < \lambda_o < 0,7 \quad (3.29)$$

### 3.4 - PARÂMETROS GEOMÉTRICOS

#### 3.4.1 - Parâmetro da vazão de óleo

O parâmetro da vazão de óleo  $\phi$  do mancal hidrostático é também chamado de constante de resistência hidráulica, pois determina o valor da resistência hidráulica do mancal  $r$ , numa dada espessura  $h$  de óleo do mancal, com viscosidade  $\mu$ . Assim da equação (3.7), vem:

$$\phi = \frac{h^3}{\mu} \frac{p}{\ddot{Q}} = \frac{h^3}{\mu} r$$

O parâmetro  $\phi$ , só depende da geometria do escoamento e no caso de escoamento laminar entre placas paralelas, em regime permanente de fluido incompressível, ele pode ser associado a:

$$\phi = \frac{12 L}{B} \quad (3.30)$$

Para o caso de mancais retangulares, o escoamento do fluido comporta-se como um escoamento entre placas nas quatro direções, como mos-

tra a figura 3.7; portanto a vazão total em cada mancal é dada por:

$$Q = 2 Q_1 + 2 Q_2 \quad (3.31)$$

Por outro lado, a pressão de entrada no mancal é  $p$  e a de saída é nula.

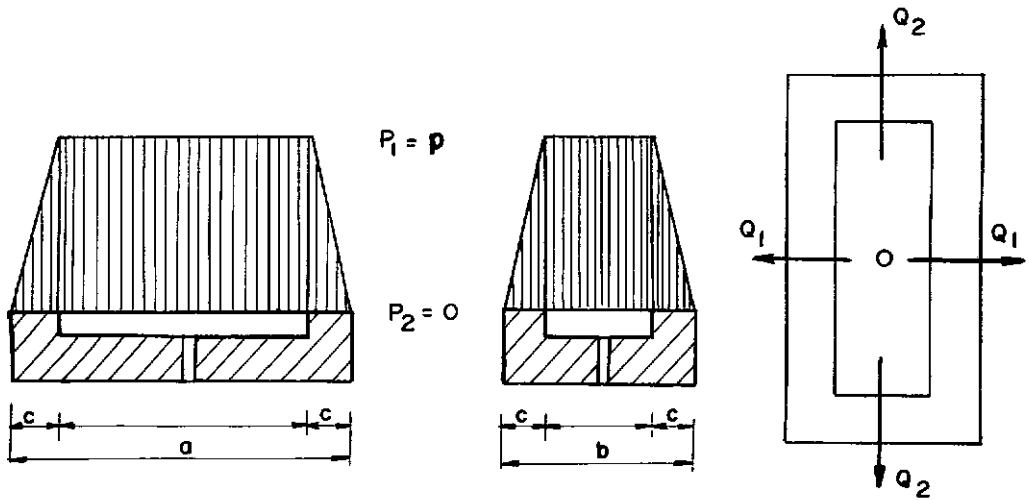


FIG. 3.7 - DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO NO MANCAL HIDROSTÁTICO RETANGULAR E DIREÇÃO DAS VAZÕES DE ÓLEO

Da equação (3.6), adaptada para este escoamento, vem:

$$Q_1 = \frac{(a - c) h^3}{12 c \mu} p$$

e, 
$$Q_2 = \frac{(b - c) h^3}{12 c \mu} p$$

Logo, substituindo-se na equação (3.31), vem :

$$Q = \frac{(a + b - 2c) h^3}{6 c \mu} p \quad (3.32)$$

Comparando-se as equações (3.7) e (3.32), conclue-se que, para mancais retangulares:

$$\phi = \frac{6}{\frac{a}{c} + \frac{b}{c} - 2} \quad (3.33)$$

Na figura 3.8, tem-se a variação do parâmetro da vazão de óleo em função da geometria do mancal; quanto maior esse parâmetro, maiores de vem ser as relações  $\frac{c}{a}$  e/ou  $\frac{c}{b}$ , ou seja, a soleira do mancal deve ser maior. Isto porém não é aconselhável, pois determinará a necessidade de uma área maior para o mancal.

Este parâmetro também indica qual a vazão de óleo necessária para o bom funcionamento do mancal, pois a vazão é inversamente proporcional a ele.

#### 3.4.2 - Relação de área

A área total do mancal plano é definida como sendo a área determinada por suas dimensões externas. No caso de mancais retangulares é:

$$\bar{A} = a \cdot b \quad (3.34)$$

A área efetiva expressa a capacidade de carga do mancal, sendo portanto a área sobre a qual a pressão do mancal poderia atuar afim de suportar as cargas sob condições estáticas, isto é:

$$A = \frac{F}{p} \quad (3.35)$$

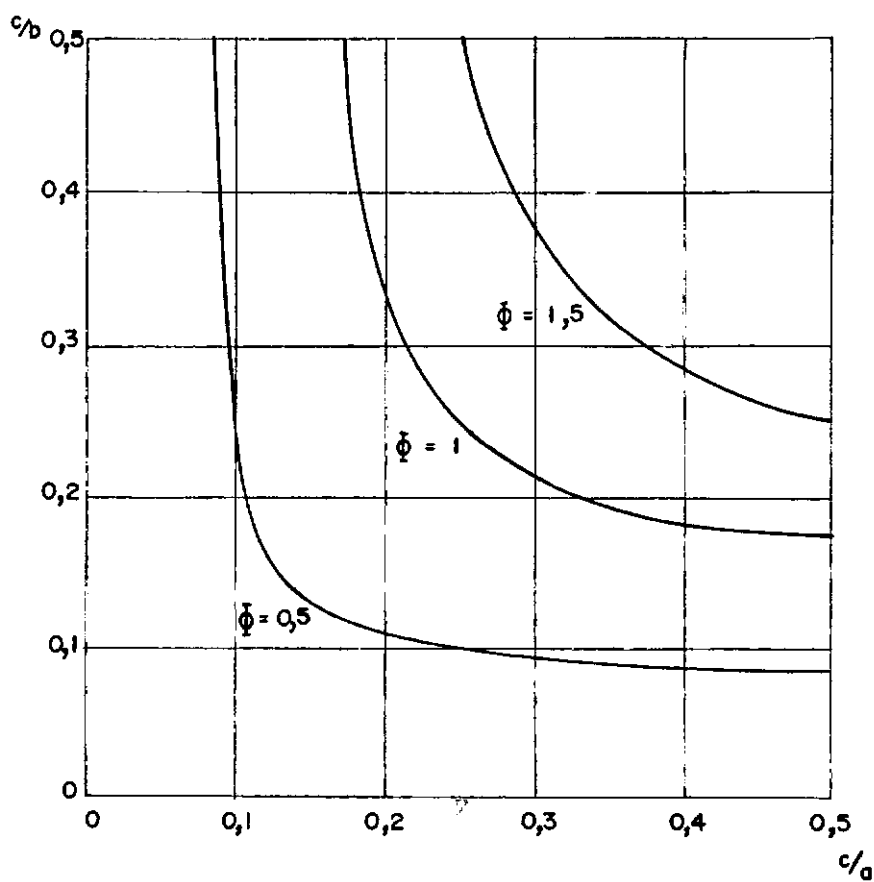
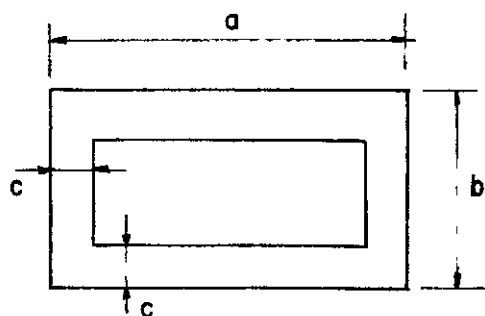


FIG. 3.8 - VARIAÇÃO DO PARÂMETRO DA VAZÃO DE ÓLEO EM FUNÇÃO DA GEOMETRIA DO MANCAL

Como a pressão no mancal, conforme figura 3.7, varia de  $p$ , no interior do mancal, até zero nos bordos do mancal, e como essa variação é linear para mancais retangulares planos, vem:

$$A = (a - c)(b - c) \quad (3.36)$$

Então, o parâmetro de área,  $a_f$ , é definido como sendo a relação entre a área efetiva do mancal e a área total, ou seja:

$$a_f = \frac{A}{\bar{A}} \quad (3.37)$$

substituindo-se as equações (3.34) e (3.35) na equação (3.37), vem:

$$a_f = 1 - \frac{c}{b} - \frac{c}{a} + \frac{c}{a} \cdot \frac{c}{b} \quad (3.38)$$

A figura 3.9, mostra a variação do parâmetro de área,  $a_f$ , em função da geometria do mancal. Para um mancal trabalhar em condições ideais  $a_f$  deve estar numa faixa entre 0,5 a 0,7, pois, se for maior que 0,7 a dimensão  $c$  do mancal será muito pequena em relação as outras dimensões, afetando a resistência do mancal. Se for menor do que 0,5, a dimensão  $c$  será grande e, portanto, diminuindo consideravelmente a área efetiva e, conseqüentemente, o desempenho do mancal, pois ele precisará de uma área total maior, o que na maioria dos casos não é possível.

### 3.5 - SUPOSIÇÕES UTILIZADAS NO TRABALHO

Para o projeto de um sistema de mancais hidrostáticos aplicados em componentes de máquinas operatrizes de usinagem que trabalham com bai

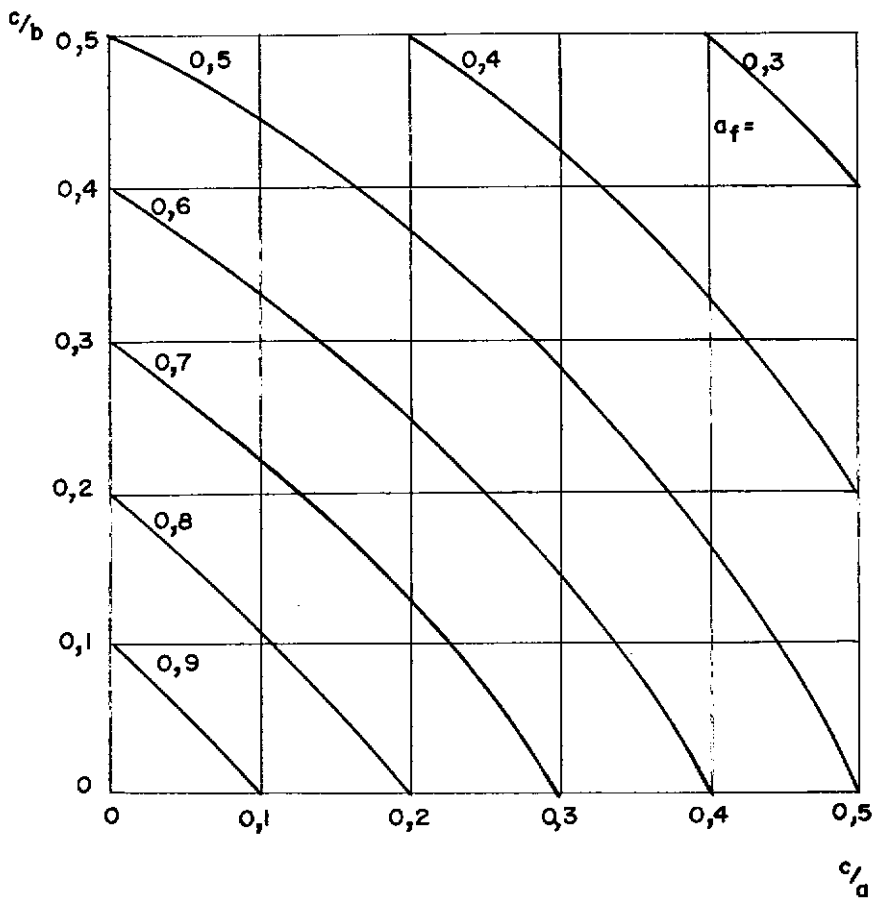
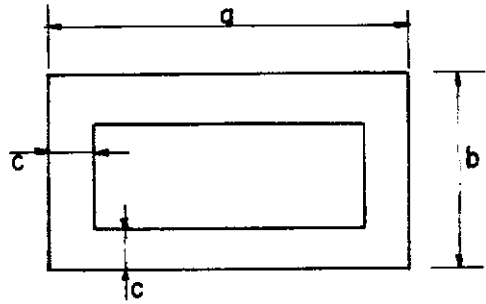


FIG. 3.9 - VARIAÇÃO DO PARÂMETRO RELAÇÃO DE ÁREA EM FUNÇÃO DA GEOMETRIA DO MANCAL



xas velocidades de translação, são impostas as seguintes restrições:

- a) o escoamento do óleo no mancal hidrostático é considerado ser laminar;
- b) a força do mancal age sempre num mesmo ponto, chamado "centro de pressão do mancal" e é tomada sempre perpendicular ao plano do mancal;
- c) os mancais do sistema são hidraulicamente isolados, isto é, entre um mancal e outro existe um espaço suficiente para a pressão aí ser a atmosférica;
- d) a estrutura da máquina é considerada ser rígida;
- e) os mancais serão de forma retangular, devido a facilidade para adaptação desse tipo de configuração a qualquer componente de máquina operatriz de usinagem que necessita de mancais planos;
- f) o projeto do sistema hidrostático de mancais é baseado nas características estáticas dos mesmos, as quais são consideradas ser preponderantes sobre as condições dinâmicas normais de funcionamento<sup>(9)</sup>.

## CAPÍTULO IV

### MÉTODO DE TRABALHO

#### 4.1 - GENERALIDADES

Com base na teoria dos mancais hidrostáticos, formulou-se uma rotina para o projeto de sistemas de mancais hidrostáticos planos utilizados em máquinas operatrizes de usinagem. Como, para qualquer sistema, o projetista defronta-se com um grande número de equações lineares, métodos iterativos para a otimização do problema e outras resoluções numéricas é de fundamental importância a utilização de computadores digitais, afim de diminuir os custos e, principalmente, o tempo de projeto.

Para tornar este método de resolução mais flexível, vide figura 4.1, ele foi dividido em três etapas:

a) a partir da distribuição dos mancais e utilizando a noção de corpo rígido, pelas equações de equilíbrio determina-se as rigidez dos mancais, as variações máximas na espessura de óleo e as variações máximas nas forças que atuam nos mancais;

b) com os resultados obtidos da etapa anterior e dados adotados para o sistema hidráulico desenvolve-se um processo iterativo para otimização da força que atua em cada mancal;

c) determinam-se as dimensões exatas dos mancais e o comportamento do sistema hidráulico, inclusive dos equipamentos necessários para o funciona-

mento.

#### 4.2 - PROGRAMA NÚMERO 1:

##### 4.2.1 - Determinação do Centro de Gravidade:

Inicialmente, é necessário localizar o sistema de coordenadas. A posição da origem do sistema é o centro de gravidade do componente da estrutura da máquina que vai ser suportada pelos mancais hidrostáticos; mas, devido aos movimentos e às diferentes cargas que atuam no sistema, o centro de gravidade não é fixo; logo, é necessário definir-se uma região onde ele possa estar sob a ação de quaisquer cargas e para efeito de projeto fixá-lo na posição média desta região.

Um programa auxiliar para computadores, conforme figura 4.2, foi elaborado para determinação do centro de gravidade, dividindo-se a estrutura que os mancais vão suportar em paralelepípedos com centros de gravidade perfeitamente definidos e quando se movimentam, também, as suas variações máximas.

Assim, determina-se com precisão a posição do centro de gravidade do sistema e as suas variações máximas nas direções x, y e z, conforme figura 4.3, que são:

$$- \alpha \leq x \leq \alpha$$

$$- \beta \leq y \leq \beta$$

$$- \gamma \leq z \leq \gamma$$

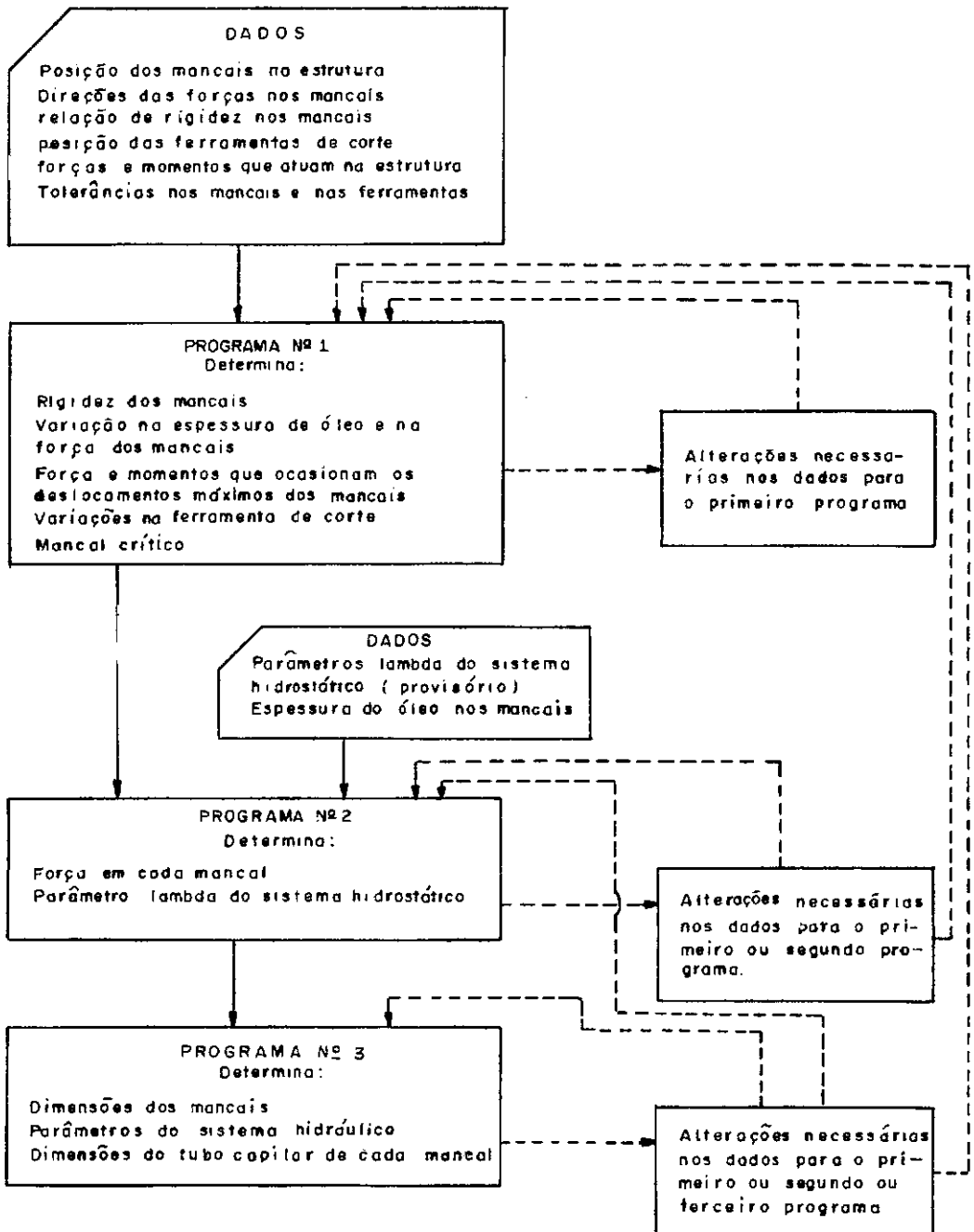


FIG. 4.1 - ORGANOGAMA GERAL

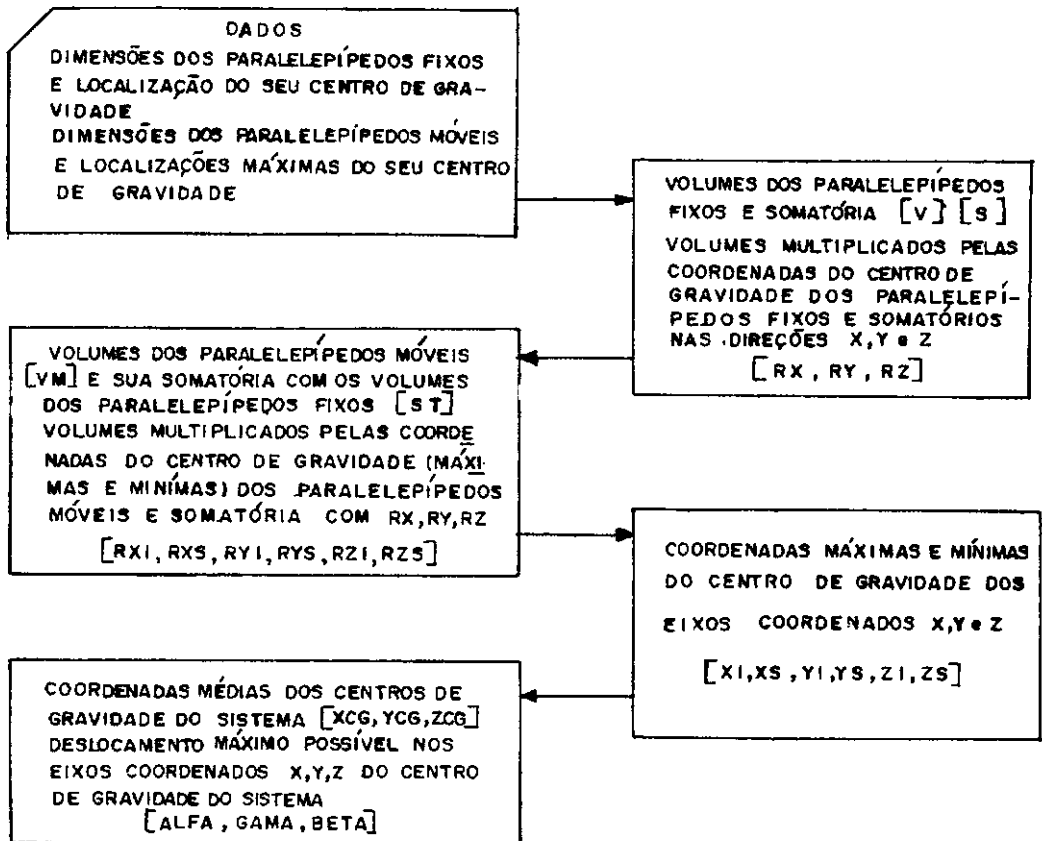


FIG. 4.2 ORGANOGAMA DO PROGRAMA AUXILIAR PARA DETERMINAÇÃO  
DO CENTRO DE GRAVIDADE

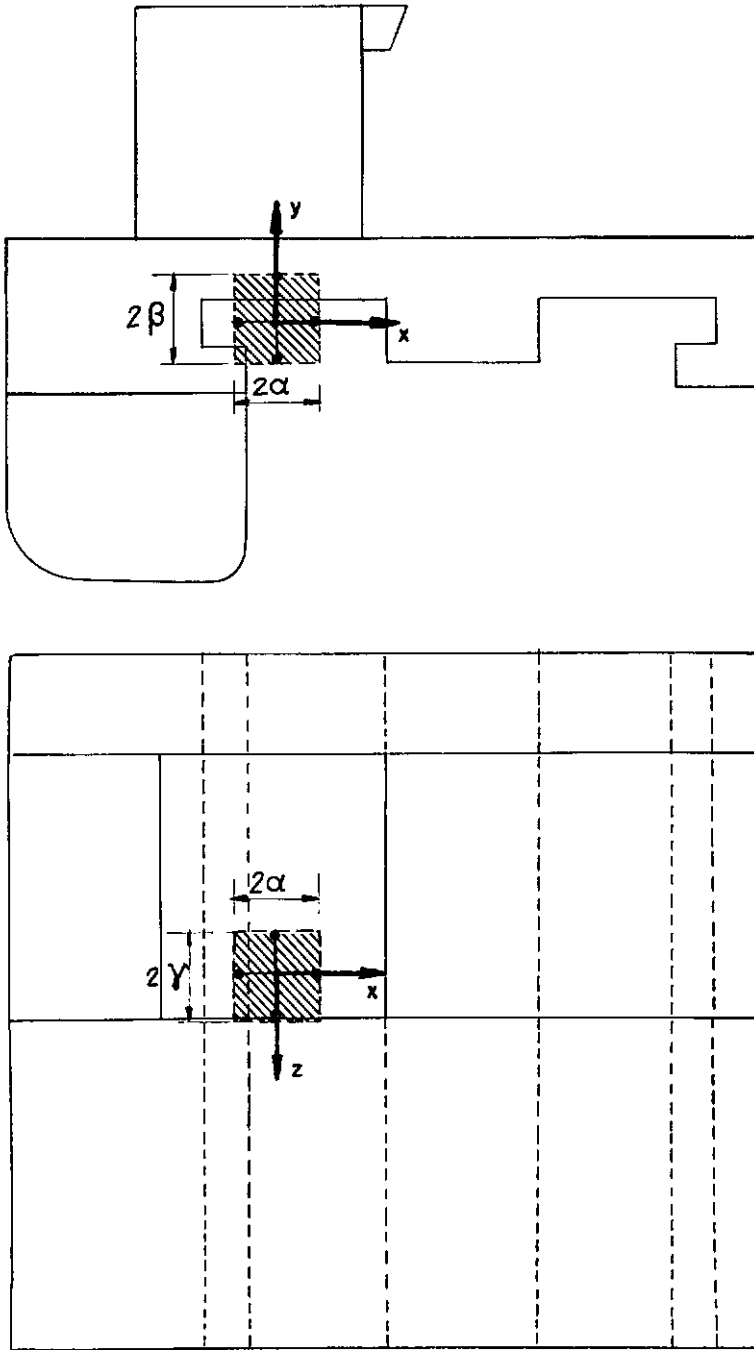


FIG. 4.3 - VARIAÇÃO DO CENTRO DE GRAVIDADE DO SISTEMA

#### 4.2.2 - Estudo das forças e momentos que atuam no sistema

As forças que atuam no sistema hidrostático são:

a) forças de usinagem, que dependem do processo de usinagem utiliza-

do; neste trabalho é apresentado um estudo para torneamento;

b) forças devido ao peso próprio e à inércia da estrutura apoiada nos mancais;

c) forças devido a variação do peso da estrutura apoiada nos mancais.

#### a) Forças e Momentos de Usinagem:

Considerando os eixos da ferramenta fixos no ponto de trabalho, conforme figura 4.4, o momento de corte é reduzido a zero. Assim, somente forças de corte precisam ser consideradas.

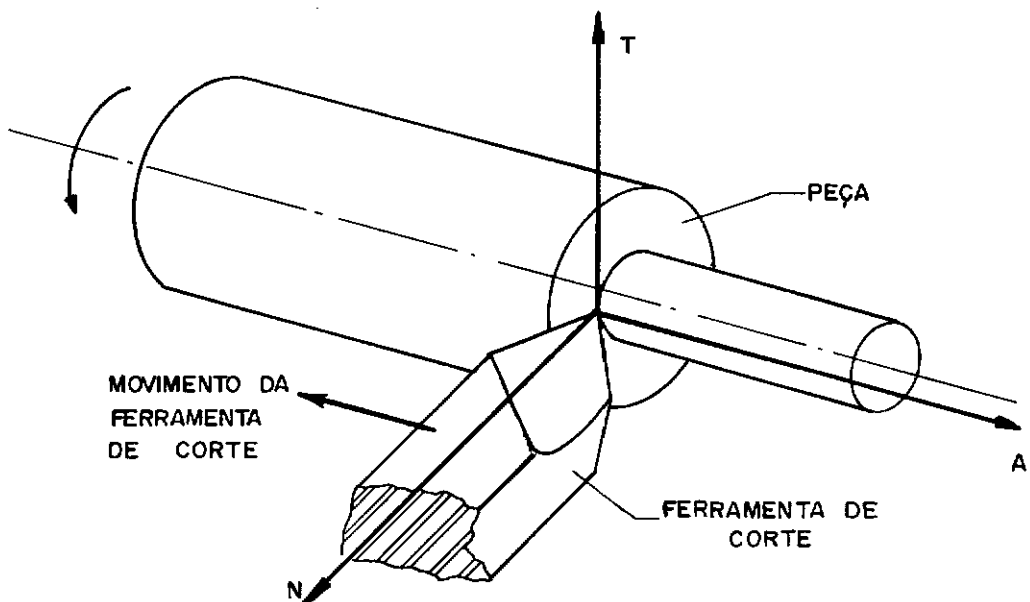


FIG. 4.4- SISTEMA DE REFERÊNCIA PARA AS FORÇAS DE USINAGEM NO TORNEAMENTO CILÍNDRICO

A faixa de variação da componente tangencial (direção T) da força de corte, pode ser especificada imediatamente:

$$-\frac{H}{v_c}(\max) \leq T \leq 0$$

sendo:

H: a potência disponível no eixo-árvore da máquina operatriz,

e,  $v_c$ : a velocidade de corte.

As outras duas componentes (A e N) podem ser expressas como múltiplos do fator  $\frac{H}{v_c}(\max)$  e estudos experimentais estão sendo desenvolvidos para uma série de materiais.

A P.E.R.A.<sup>(8)</sup>, em pesquisas experimentais determinou que as componentes A e N, em usinagem de latões, ferros fundidos e uma grande parte dos aços, permanecem dentro da seguinte faixa:

$$0 \leq N \leq \frac{H}{v_c}(\max)$$

$$0 \leq A \leq \frac{H}{v_c}(\max)$$

Por outro lado, para a usinagem de rôtas, as forças radiais são bem maiores do que o valor  $\frac{H}{v_c}(\max)$ . Portanto, a escolha dos limites pode ser:

$$0 \leq N \leq 1,5 \frac{H}{v_c}(\max)$$

$$0 \leq A \leq 1,0 \frac{H}{v_c}(\max)$$



Para outros materiais, como o titânio, testes de usinagem realizados por P.E.R.A. <sup>(8)</sup> chegaram a conclusão um pouco diferente; para esse metal a faixa de variação das componentes radiais e axiais devem ser:

$$0 \leq N \leq 2,5 \frac{H}{v_c}(\max)$$

$$0 \leq A \leq 2,5 \frac{H}{v_c}(\max)$$

Além disso, quando são utilizadas ferramentas com geometrias não usuais, pequenas forças radiais e axiais negativas são encontradas; logo, uma estimativa de 10 a 20% da força positiva máxima é certamente suficiente.

Assim, para a especificação das forças de corte no torneamento, pode-se adotar para os trabalhos normais de desbaste a seguinte faixa:

$$- 0,2 \frac{H}{v_c}(\max) \leq N \leq \frac{H}{v_c}(\max) \quad (4.1)$$

$$- 0,2 \frac{H}{v_c}(\max) \leq A \leq \frac{H}{v_c}(\max)$$

$$- \frac{H}{v_c}(\max) \leq T \leq 0$$

Quando o torno realiza uma operação de acabamento, isto é, quando a forma e as dimensões da peça usinada são controladas com tolerâncias mais rígidas, o deslocamento da ferramenta de corte só deve ser permitido dentro de uma faixa limitada. Logo, são obtidas forças de usinagem bem menores que no desbaste. Pode-se determinar as forças de acabamento através das forças

de desbaste utilizando-se o seguinte fator de acabamento:

$$F.A. = \frac{\sigma S v_c}{H} = \frac{\text{carga acabamento}}{\text{carga desbaste}} \quad (4.2)$$

onde:

F.A.: fator de acabamento

$\sigma$  : pressão específica de corte de um material com grande dureza

S : área da seção de cavaco no acabamento

$v_c$  : menor velocidade de corte na qual utiliza-se a potência máxima da máquina

H : potência máxima da máquina utilizada na operação de desbaste.

b) forças e momentos devido ao peso próprio e a inércia da estrutura apoiada nos mancais

Na figura 4.3, está indicada a região onde se localiza o centro de gravidade do sistema, então, sendo:

M : a massa média suportada pelo sistema de mancais

m : a variação da massa suportada pelo sistema de mancais

f : a máxima aceleração ou desaceleração da estrutura suportada pelo sistema de mancais

g : a aceleração da gravidade.

Para o caso de torneamento, as resultantes devido a esse tipo de forças e momentos nos eixos x, y e z da máquina, tem a seguinte faixa de variação máxima:

$$0 \leq W_x \leq 0$$

$$\begin{aligned}
& - M g \leq W_y \leq - M g \\
& - f (M + m) \leq W_z \leq f (M + m) \\
& - \beta f (M + m) \leq M_x \leq \beta f (M + m) \\
& - \alpha f (M + m) \leq M_y \leq \alpha f (M + m) \\
& 0 \leq M_z \leq 0
\end{aligned} \tag{4.3}$$

c) forças e momentos devido a variação do peso na estrutura apoiada nos mancais:

Analogamente, ao caso anterior, as resultantes dessas forças e momentos nos eixos x, y e z da máquina, tem a seguinte faixa de variação máxima:

$$\begin{aligned}
& 0 \leq W'_x \leq 0 \\
& - m g \leq W'_y \leq m g \\
& 0 \leq W'_z \leq 0 \\
& - \gamma (M + m) g \leq M'_x \leq \gamma (M + m) g \\
& 0 \leq M'_y \leq 0 \\
& - \alpha (M + m) g \leq M'_z \leq \alpha (M + m) g
\end{aligned} \tag{4.4}$$

#### 4.2.3 - Desenvolvimento teórico do Programa nº 1

Inicialmente, determinam-se as resultantes das forças e mo

mentos que agem na estrutura da máquina que vai ser apoiada pelos mancais. Para isto é necessário fazer uma mudança de coordenadas das forças de usinagem do sistema N, A, T para o sistema x, y, z, usando os cossenos diretores das direções N, A, T em relação aos eixos coordenados x, y e z. Assim as resultantes no centro de gravidade do sistema, segundo as direções são:

Força na direção x:

$$P_1 = A \cdot u_a + N \cdot u_n + T \cdot u_t$$

Força na direção y:

$$P_2 = A \cdot v_a + N \cdot v_n + T \cdot v_t + W_y + W'_y$$

Força na direção z:

$$P_3 = A \cdot w_a + N \cdot w_n + T \cdot w_t + W_z$$

(4.5)

Momento em torno da direção x:

$$P_4 = A \cdot e_a + N \cdot e_n + T \cdot e_t + M_x + M'_y$$

Momento em torno da direção y:

$$P_5 = A \cdot g_a + N \cdot g_n + T \cdot g_t + M_y$$

Momento em torno da direção z:

$$P_6 = A \cdot h_a + N \cdot h_n + T \cdot h_t + M'_z$$

onde:

$u_a, v_a, w_a$  são os cossenos diretores da direção A em relação a x, y, z.

$u_n, v_n, w_n$  são os cossenos diretores da direção N.

$u_t, v_t, w_t$  são os cossenos diretores da direção T.

e, tal que:

$$e = y \cdot w - z \cdot v$$

$$g = z \cdot u - x \cdot w \quad (4.6)$$

$$h = x \cdot v - y \cdot u$$

sendo, no caso:

$x, y, z$ : coordenadas dos pontos de trabalho da ferramenta de corte nos eixos coordenados  $x, y, z$ .

O conjunto de forças e momentos dados pelas equações (4.5), produzem um deslocamento da espessura de óleo do mancal e, consequentemente, ocorrem variações nas forças que agem nos mancais. Assim, do equilíbrio do sistema, vem:

$$P_1 = - \sum_{i=1}^n \Delta F_i u_i$$

$$P_2 = - \sum_{i=1}^n \Delta F_i v_i$$

$$P_3 = - \sum_{i=1}^n \Delta F_i w_i$$

$$P_4 = - \sum_{i=1}^n \Delta F_i e_i$$

$$P_5 = - \sum_{i=1}^n \Delta F_i g_i$$

$$P_6 = - \sum_{i=1}^n \Delta F_i h_i$$

(4.7)

onde:  $\Delta F_i$ : variação das forças nos mancais

$u_i, v_i, w_i$ : cossenos diretores dos mancais nas direções  $x, y$  e  $z$ ,  
respectivamente

$e_i, g_i, h_i$ : dados pelas equações (4.6), para os mancais, onde  $x, y$  e  
 $z$  são as coordenadas dos mesmos, no sistema  $x, y$  e  $z$ .

Como foi visto no item 3.2, cada mancal comporta-se como  
uma mola de compressão linear; então, para cada mancal, vem:

$$\Delta F_i = - K_i \Delta h_i \quad (4.8)$$

onde:

$K_i$  : rigidez do mancal

$\Delta h_i$ : variação da espessura de óleo no mancal

Assumindo a hipótese que a estrutura que vai ser apoiada  
nos mancais é rígida, pode-se colocar cada deslocamento dos mancais ( $\Delta h_i$ ) como  
função dos deslocamentos de translação do sistema ( $s_1, s_2, s_3$ ) nas direções  $x$ ,  
 $y, z$  e dos de rotação do sistema ( $s_4, s_5, s_6$ ) em torno dos eixos coordenados  $x$   
 $y, z$ . Logo:

$$\Delta h_i = s_1 u_i + s_2 v_i + s_3 w_i + s_4 e_i + s_5 g_i + s_6 h_i \quad (4.9)$$

substituindo-se as equações (4.9) nas equações (4.8), vem:

$$\Delta F_i = - K_i (s_1 u_i + s_2 v_i + s_3 w_i + s_4 e_i + s_5 g_i + s_6 h_i) \quad (4.10)$$

agora, levando-se as equações (4.10) nas equações (4.7) e rearranjando-as

vem:

$$P_1 = s_1 \sum_{i=1}^n K_i u_i^2 + s_2 \sum_{i=1}^n K_i u_i v_i + s_3 \sum_{i=1}^n K_i u_i w_i +$$

$$\begin{aligned}
& + s_4 \sum_{i=1}^n K_i u_i e_i + s_5 \sum_{i=1}^n K_i u_i g_i + s_6 \sum_{i=1}^n K_i u_i h_i \\
P_2 = & s_1 \sum_{i=1}^n K_i u_i v_i + s_2 \sum_{i=1}^n K_i v_i^2 + s_3 \sum_{i=1}^n K_i v_i w_i + \\
& + s_4 \sum_{i=1}^n K_i v_i e_i + s_5 \sum_{i=1}^n K_i v_i g_i + s_6 \sum_{i=1}^n K_i v_i h_i \\
P_3 = & s_1 \sum_{i=1}^n K_i u_i w_i + s_2 \sum_{i=1}^n K_i v_i w_i + s_3 \sum_{i=1}^n K_i w_i^2 + \\
& + s_4 \sum_{i=1}^n K_i w_i e_i + s_5 \sum_{i=1}^n K_i w_i g_i + s_6 \sum_{i=1}^n K_i w_i h_i \\
& (4.11) \\
P_4 = & s_1 \sum_{i=1}^n K_i u_i e_i + s_2 \sum_{i=1}^n K_i v_i e_i + s_3 \sum_{i=1}^n K_i w_i e_i + \\
& + s_4 \sum_{i=1}^n K_i e_i^2 + s_5 \sum_{i=1}^n K_i e_i g_i + s_6 \sum_{i=1}^n K_i e_i h_i \\
P_5 = & s_1 \sum_{i=1}^n K_i u_i g_i + s_2 \sum_{i=1}^n K_i v_i g_i + s_3 \sum_{i=1}^n K_i w_i g_i + \\
& + s_4 \sum_{i=1}^n K_i e_i g_i + s_5 \sum_{i=1}^n K_i g_i^2 + s_6 \sum_{i=1}^n K_i g_i h_i \\
P_6 = & s_1 \sum_{i=1}^n K_i u_i h_i + s_2 \sum_{i=1}^n K_i v_i h_i + s_3 \sum_{i=1}^n K_i w_i h_i + \\
& + s_4 \sum_{i=1}^n K_i e_i h_i + s_5 \sum_{i=1}^n K_i g_i h_i + s_6 \sum_{i=1}^n K_i h_i^2
\end{aligned}$$

Este sistema de equações lineares terá solução, para os deslocamentos da estrutura, somente se forem conhecidas as rigidez de cada man

cal. Para contornar esse problema, introduz-se um fator constante ( $\Omega$ ) que relaciona as rigidez e adota-se um valor para cada fator de rigidez  $K_i/\Omega$ . Essa escolha é baseada na distribuição dos mancais, localização do centro de gravidade do sistema e particularidades do projeto. Assim, uma escolha inadequada necessitará de uma reformulação posterior.

Então, no sistema de equações (4.11), substituindo-se os deslocamentos  $s_i$  por  $\Omega s_i$  e as rigidez dos mancais  $K_i$  pelo fator de rigidez  $K_i/\Omega$ , ele não se altera. Utilizando-se a notação tensorial, pode-se escrever:

$$A_{pq} \Omega s_q = P_p \quad p, q = 1, 2, \dots, 6 \quad (4.12)$$

onde:

$$A_{11} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} u_i^2$$

$$A_{12} = A_{21} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} u_i v_i$$

$$A_{13} = A_{31} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} u_i w_i$$

$$A_{14} = A_{41} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} u_i e_i$$

$$A_{15} = A_{51} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} u_i g_i$$

$$A_{16} = A_{61} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} u_i h_i$$



$$A_{22} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} v_i^2$$

$$A_{23} = A_{32} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} v_i w_i$$

$$A_{24} = A_{42} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} v_i e_i$$

$$A_{25} = A_{52} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} v_i g_i$$

$$A_{26} = A_{62} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} v_i h_i$$

$$A_{33} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} w_i^2$$

$$A_{34} = A_{43} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} w_i e_i$$

$$A_{35} = A_{53} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} w_i g_i$$

$$A_{36} = A_{63} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} w_i h_i$$

$$A_{44} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} e_i^2$$

$$A_{45} = A_{54} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} e_i g_i$$

$$A_{46} = A_{64} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} e_i h_i$$

$$A_{55} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} g_i^2$$

$$A_{56} = A_{65} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} g_i h_i$$

$$A_{66} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{\Omega} h_i^2$$

Nas operações de desbaste, através das equações (4.12) determinam-se os valores dos deslocamentos da estrutura multiplicados pela constante  $\Omega$ . Substituindo-se esses valores nas equações (4.9), tem-se as variações nas espessuras de óleo para cada mancal multiplicado pela constante  $\Omega$ ,  $(\Omega \Delta h_i)$ .

Como cada posição do ponto de trabalho da ferramenta ocasiona deslocamentos diferentes nos mancais, o projetista seleciona posições críticas para a ferramenta. Isto provoca vários conjuntos  $P_p$  de forças e momentos agindo no sistema e, conseqüentemente, número igual de deslocamentos para os mancais.

Logo, o fator constante  $\Omega$ , considerando-se apenas o deslocamento dos mancais, pode ser determinado da seguinte maneira:

$$\Omega = \frac{(\Omega \Delta h_i)_{\max}}{\Delta h_{\text{adm}}} \quad (4.13)$$

onde,  $(\Omega \Delta h_i)_{\max}$  é o máximo valor entre todos os  $(\Omega \Delta h_i)$  possíveis.

$\Delta h_{adm}$  é a variação máxima admissível para que a espessura de óleo nos mancais satisfaça as suposições do capítulo anterior.

Nas operações de acabamento o deslocamento da ferramenta de corte em relação a peça, não pode ocasionar erros de fabricação maiores que a tolerância especificada. Logo, deve ser escolhido um fator constante  $\Omega$ , que não viole esta condição. Por outro lado, conforme a equação (4.2), o conjunto  $P_p$ , das forças e momentos que agem no sistema, é proporcional aquele das operações de desbaste, através do fator de acabamento F.A. Consequentemente, os deslocamentos dos pontos de trabalho nos eixos x, y, z podem ser colocados em função dos deslocamentos do sistema nas operações de desbaste, assim:

$$\Omega \Delta_x = (\Omega s_1 + \Omega s_6 \cdot y + \Omega s_5 \cdot z) \times F.A.$$

$$\Omega \Delta_y = (\Omega s_2 + \Omega s_6 \cdot x + \Omega s_4 \cdot z) \times F.A. \quad (4.14)$$

$$\Omega \Delta_z = (\Omega s_3 + \Omega s_5 \cdot x + \Omega s_4 \cdot y) \times F.A.$$

onde:

$\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$  são os deslocamentos dos pontos de trabalho nos eixos x, y, z.

Como o deslocamento do ponto de trabalho depende da posição da ferramenta, é necessário uma mudança de coordenadas para uma comparação com os valores admissíveis. Logo, os deslocamentos no sistema da ferramenta serão :

$$\Omega \Delta_n = \Omega \Delta_x \cdot u_n + \Omega \Delta_y \cdot v_n + \Omega \Delta_z \cdot w_n$$

$$\Omega \Delta_a = \Omega \Delta_x \cdot u_a + \Omega \Delta_y \cdot v_a + \Omega \Delta_z \cdot w_a \quad (4.15)$$

$$\Omega \Delta_t = \Omega \Delta_x \cdot u_t + \Omega \Delta_y \cdot v_t + \Omega \Delta_z \cdot w_t$$

Analogamente ao caso das variações das espessuras de óleo nos mancais, determinam-se os deslocamentos máximos nas três direções N, A, T e, posteriormente, os valores máximos para o fator constante  $\Omega$ . Assim:

$$\Omega_n = \frac{(\Omega \Delta_n)_{\max}}{\Delta_{n_{\text{adm}}}}$$

$$\Omega_a = \frac{(\Omega \Delta_a)_{\max}}{\Delta_{a_{\text{adm}}}} \quad (4.16)$$

$$\Omega_t = \frac{(\Omega \Delta_t)_{\max}}{\Delta_{t_{\text{adm}}}}$$

onde:

$\Delta_{n_{\text{adm}}}$ ,  $\Delta_{a_{\text{adm}}}$ ,  $\Delta_{t_{\text{adm}}}$  são os valores máximos admissíveis para as variações do ponto de trabalho nas direções N, A, T, para que o acabamento das peças no torneamento fique dentro das especificações de tolerâncias.

Comparando-se os valores de  $\Omega$ , dados pelas equações (4.13) e (4.16), escolhe-se o maior como o fator constante. Então, determina-se a rigidez de cada mancal, pela expressão:

$$K_i = \frac{\Omega_{\max} K_i}{\Omega} \quad (4.17)$$

a variação da espessura de óleo máxima para cada mancal é dada pela expressão:

$$\Delta h_{i_{\max}} = \frac{\Omega \Delta h_i}{\Omega_{\max}} \quad (4.18)$$

e a variação máxima da força que atua em cada mancal pela expressão:

$$\Delta F_{i_{\max}} = K_i \cdot \Delta h_{i_{\max}} \quad (4.19)$$

O programa número 1, conforme o organograma da figura 4.5, determina os valores das equações (4.17), (4.18) e (4.19), além do mancal que sofre maior variação na espessura de óleo, denominado crítico, as maiores deflexões nos eixos N, A, T da ferramenta e o conjunto de forças e momentos  $P_p$ , que ocasiona a maior variação na espessura de óleo.

### 4.3 - PROGRAMA NÚMERO 2

#### 4.3.1 - Introdução

Neste programa são determinadas as forças que atuam estaticamente em cada mancal, a partir dos resultados obtidos no programa número 1, conforme item 3.2, e alguns parâmetros do circuito hidrostático. Um método iterativo é desenvolvido baseado nos multiplicadores de Lagrange, conforme mostra o organograma da figura 4.6.

As forças nos mancais, conforme item 3.2, podem ser expres

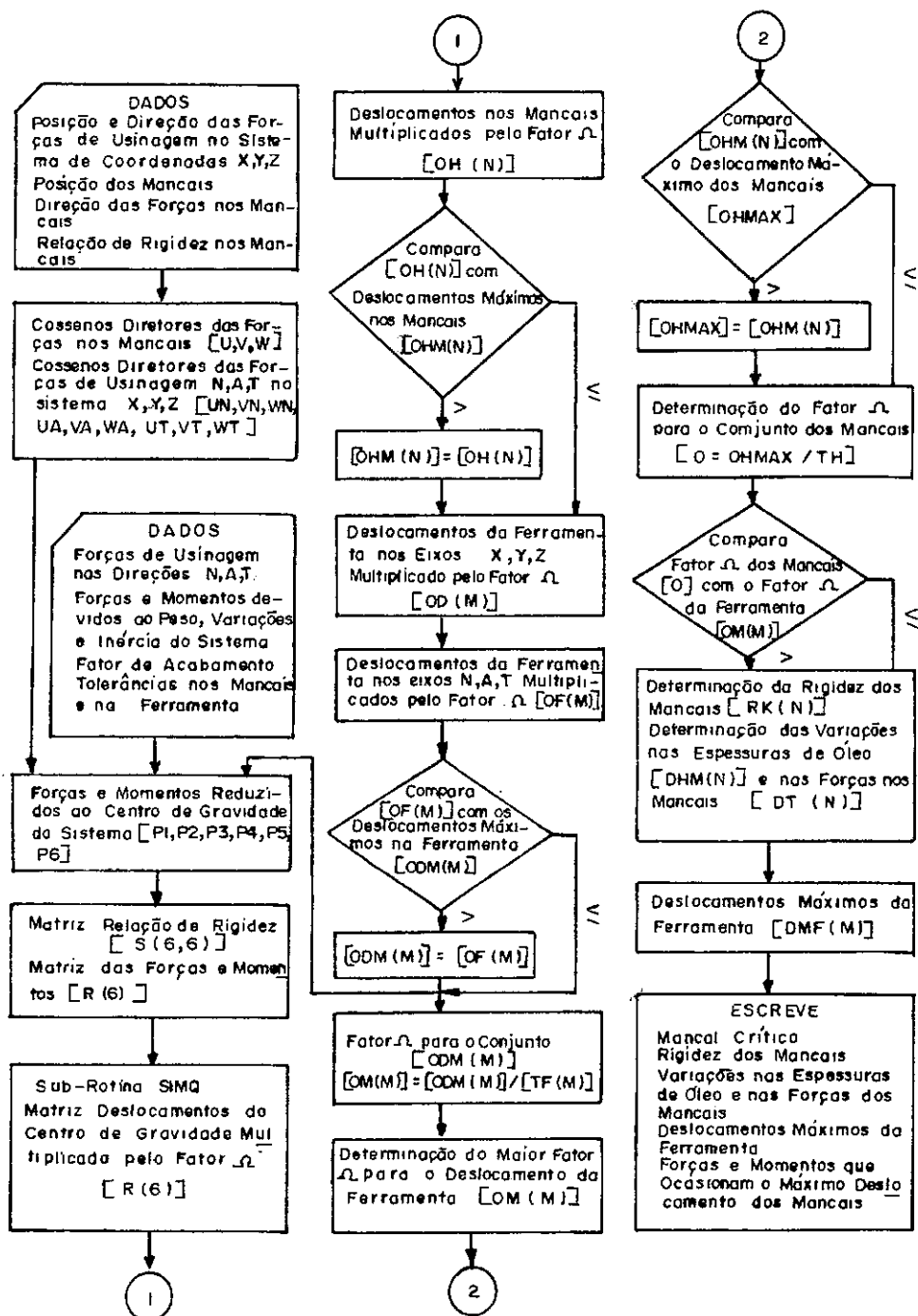


FIG. 4.5 - ORGANOGAMA DO PROGRAMA Nº 1

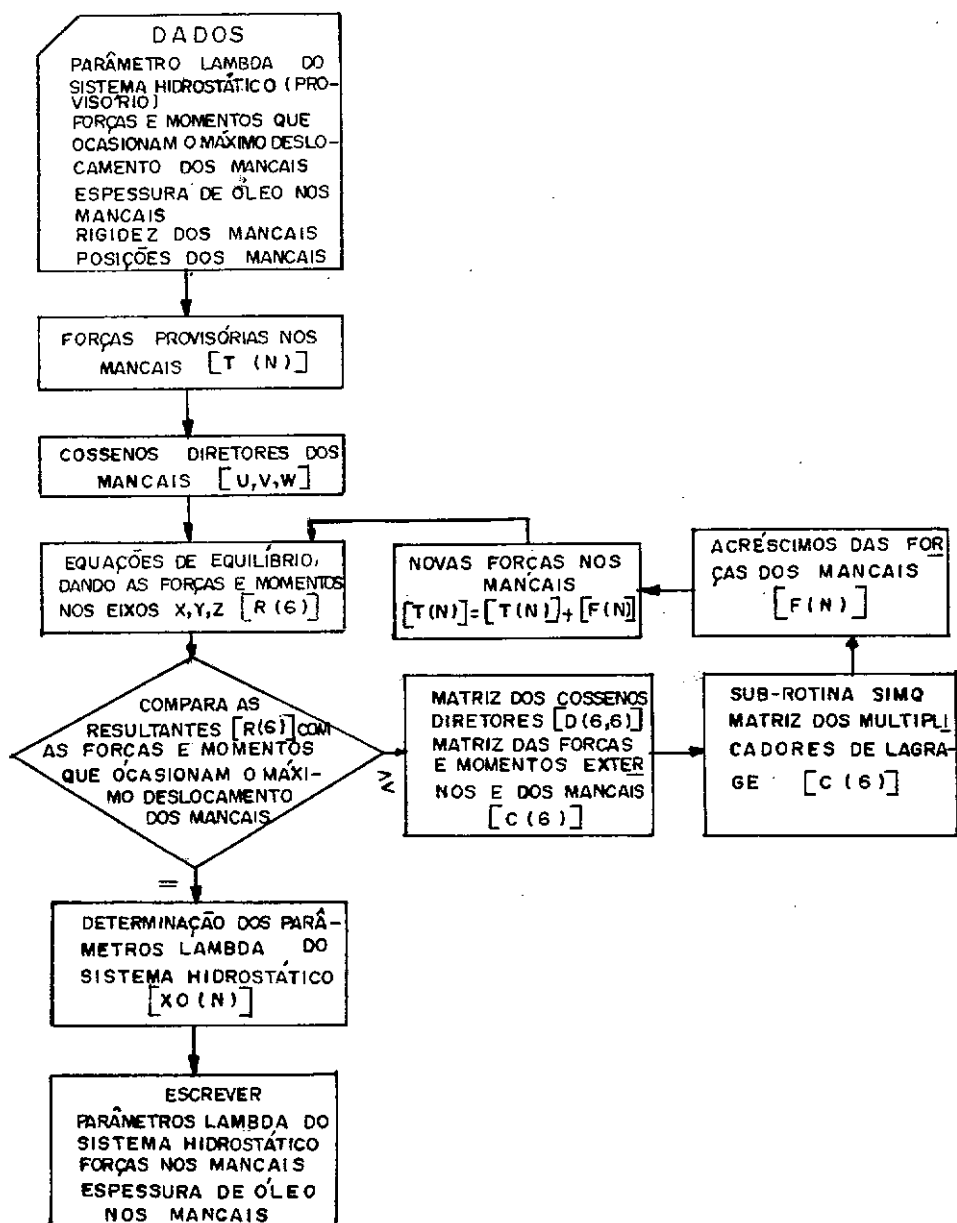


FIG. 4.6 - ORGANOGAMA DO PROGRAMA Nº 2

sas por:

$$F_i = \lambda_i h_i K_i \quad (4.20)$$

onde:

$\lambda_i$  : parâmetro do sistema hidrostático para o mancal i

$h_i$  : espessura de óleo para o mancal i

$K_i$  : rigidez do mancal i

Os valores das espessuras de óleo nos mancais são determinados afim de que não haja contacto metal contra metal durante o trabalho, con siderando-se todos os fatores que podem influir na variação dessas espessuras, que são:

a) variação máxima da espessura de óleo segundo as cargas que atuam na estrutura, obtida dos resultados do programa número 1;

b) erros de fabricação nas guias e estrutura suportada pelos mancais; estudos realizados por P.E.R.A.<sup>(8)</sup> fixavam os valores para esses erros co mo menores que metade da espessura de óleo necessaria para cada mancal, isto é:

$$\epsilon_i < \frac{1}{2} h_i \quad (4.21)$$

c) inclinação possível no mancal ( $\delta_i$ ), devido a erros de fabricação e montagem dos mesmos e a máxima inclinação devido ao movimento da estrutura suportada pelos mancais.



Portanto, vem:

$$h_{i_{\min}} \geq \Delta h_{i_{\max}} + \epsilon_i + \delta_i \quad (4.22)$$

#### 4.3.2 - Desenvolvimento teórico do programa número 2

As forças nos mancais  $F_i$  devem, através das equações de equilíbrio, produzir resultantes de forças e momentos que igualem o conjunto  $P_p$  das forças e momentos que ocasionaram a maior variação na espessura de óleo.

Inicialmente, adota-se um valor provisório para o parâmetro do sistema hidrostático  $\lambda_{oi}$  igual ao valor médio de sua faixa de variação, conforme a inequação (3.29). Assim determina-se um conjunto de forças  $F_{oi}$  provisórias para os mancais, conforme equação (4.20). Em seguida, determinam-se as forças e momentos resultantes dessas forças em relação a origem do sistema  $x, y, z$ . Então, tem-se:

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{oi} u_i$$

$$R_y = \sum_{i=1}^n F_{oi} v_i$$

$$R_z = \sum_{i=1}^n F_{oi} w_i$$

$$MR_x = \sum_{i=1}^n F_{oi} e_i$$

(4.23)

$$MR_y = \sum_{i=1}^n F_{oi} g_i$$

$$MR_z = \sum_{i=1}^n F_{oi} h_i$$

Compara-se essas resultantes com os valores das forças e momentos do conjunto  $P_p$  que ocasionou a deflexão máxima da espessura de óleo dos mancais, se a diferença for menor que a admissível, o problema estará resolvido e as forças que atuam nos mancais são aquelas adotadas, inicialmente, como provisórias. Caso isto não ocorra, deve-se dar acréscimos aos valores das forças  $F_{oi}$  até que haja o equilíbrio.

Para otimização dos acréscimos necessários ao conjunto de forças  $F_{oi}$ , recorreu-se a teoria de máximos e mínimos<sup>(16)</sup>, afim de minimizar os acréscimos e, conseqüentemente, obter valores para as forças  $F_{oi}$  tão próximas quanto possível das forças provisórias, pois, estas satisfazem os parâmetros do sistema. O método iterativo usado, fundamenta-se no uso dos multiplicadores de Lagrange, vide apêndice 1.

Criou-se uma função dos acréscimos ( $D_i$ ) das forças que agem nos mancais, da seguinte maneira:

$$f(D_i) = \sum_{i=1}^n D_i^2 \quad (4.24)$$

Por outro lado, os acréscimos estão ligados pelas equações de equilíbrio, isto é:

$$\phi_1 (D_i) = P_1 - \left( \sum_{i=1}^n F_{oi} u_i + \sum_{i=1}^n D_i u_i \right) = 0$$

$$\phi_2 (D_i) = P_2 - \left( \sum_{i=1}^n F_{oi} v_i + \sum_{i=1}^n D_i v_i \right) = 0$$

$$\phi_3 (D_i) = P_3 - \left( \sum_{i=1}^n F_{oi} w_i + \sum_{i=1}^n D_i w_i \right) = 0$$

(4.25)

$$\phi_4 (D_i) = P_4 - \left( \sum_{i=1}^n F_{oi} e_i + \sum_{i=1}^n D_i e_i \right) = 0$$

$$\phi_5 (D_i) = P_5 - \left( \sum_{i=1}^n F_{oi} g_i + \sum_{i=1}^n D_i g_i \right) = 0$$

$$\phi_6 (D_i) = P_6 - \left( \sum_{i=1}^n F_{oi} h_i + \sum_{i=1}^n D_i h_i \right) = 0$$

então, introduzindo-se os multiplicadores de Lagrange  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_6$  e igualando-se as derivadas da função:

$$F (D_i) = f (D_i) + \xi_1 \phi_1 (D_i) + \xi_2 \phi_2 (D_i) + \xi_3 \phi_3 (D_i) +$$

$$+ \xi_4 \phi_4 (D_i) + \xi_5 \phi_5 (D_i) + \xi_6 \phi_6 (D_i) \quad (4.26)$$

em relação aos acréscimos a zero, isto é:

$$\frac{\partial F (D_i)}{\partial D_i} = 0 \quad (4.27)$$

obtem-se, das equações (4.25) e (4.27), um sistema de equações com igual número de incógnitas. Essas equações devem satisfazer a todos os valores extremos da função  $f(D_i)$ , que no caso é um valor de mínimo.

logo, das equações (4.27), tem-se um conjunto de equações, tais que:

$$D_i = - \frac{1}{2} (\xi_1 u_i + \xi_2 v_i + \xi_3 w_i + \xi_4 e_i + \xi_5 g_i + \xi_6 h_i) \quad (4.28)$$

das equações (4.25), vem:

$$\sum_{i=1}^n D_i u_i = P_1 - \sum_{i=1}^n F_{oi} u_i = C_1$$

$$\sum_{i=1}^n D_i v_i = P_2 - \sum_{i=1}^n F_{oi} v_i = C_2$$

$$\sum_{i=1}^n D_i w_i = P_3 - \sum_{i=1}^n F_{oi} w_i = C_3 \quad (4.29)$$

$$\sum_{i=1}^n D_i e_i = P_4 - \sum_{i=1}^n F_{oi} e_i = C_4$$

$$\sum_{i=1}^n D_i g_i = P_5 - \sum_{i=1}^n F_{oi} g_i = C_5$$

$$\sum_{i=1}^n D_i h_i = P_6 - \sum_{i=1}^n F_{oi} h_i = C_6$$

substituindo-se as equações (4.29) nas equações (4.28), e rearranjando,

vem:

$$- 2 C_1 = \xi_1 \sum_{i=1}^n u_i^2 + \xi_2 \sum_{i=1}^n u_i v_i + \xi_3 \sum_{i=1}^n u_i w_i + \\ + \xi_4 \sum_{i=1}^n u_i e_i + \xi_5 \sum_{i=1}^n u_i g_i + \xi_6 \sum_{i=1}^n u_i h_i$$

$$- 2 C_2 = \xi_1 \sum_{i=1}^n u_i v_i + \xi_2 \sum_{i=1}^n v_i^2 + \xi_3 \sum_{i=1}^n v_i w_i + \\ + \xi_4 \sum_{i=1}^n v_i e_i + \xi_5 \sum_{i=1}^n v_i g_i + \xi_6 \sum_{i=1}^n v_i h_i$$

$$- 2 C_3 = \xi_1 \sum_{i=1}^n u_i w_i + \xi_2 \sum_{i=1}^n v_i w_i + \xi_3 \sum_{i=1}^n w_i^2 + \\ + \xi_4 \sum_{i=1}^n w_i e_i + \xi_5 \sum_{i=1}^n w_i g_i + \xi_6 \sum_{i=1}^n w_i h_i$$

(4.30)

$$- 2 C_4 = \xi_1 \sum_{i=1}^n u_i e_i + \xi_2 \sum_{i=1}^n v_i e_i + \xi_3 \sum_{i=1}^n w_i e_i + \\ + \xi_4 \sum_{i=1}^n e_i^2 + \xi_5 \sum_{i=1}^n e_i g_i + \xi_6 \sum_{i=1}^n e_i h_i$$

$$- 2 C_5 = \xi_1 \sum_{i=1}^n u_i g_i + \xi_2 \sum_{i=1}^n v_i g_i + \xi_3 \sum_{i=1}^n w_i g_i + \\ + \xi_4 \sum_{i=1}^n e_i g_i + \xi_5 \sum_{i=1}^n g_i^2 + \xi_6 \sum_{i=1}^n g_i h_i$$

$$\begin{aligned}
 -2 C_6 = & \xi_1 \sum_{i=1}^n u_i h_i + \xi_2 \sum_{i=1}^n v_i h_i + \xi_3 \sum_{i=1}^n w_i h_i + \\
 & + \xi_4 \sum_{i=1}^n e_i h_i + \xi_5 \sum_{i=1}^n g_i h_i + \xi_6 \sum_{i=1}^n h_i^2
 \end{aligned}$$

Resolvendo-se o sistema de equações(4.30), determinam-se os multiplicadores de Lagrange; então, levando esses valores na equação (4.28) obtem-se os valores dos acréscimos  $D_i$  e, conseqüentemente, um novo conjunto para as forças  $F_{oi}$ , dado por:

$$\{F_{oi}\}_{\text{novo}} = \{F_{oi}\}_{\text{antigo}} + D_i \quad (4.31)$$

Volta-se a equação (4.23) e repete-se o processo até as resultantes dessas equações comparadas as forças e momentos do conjunto  $P_p$  estarem dentro de um erro admissível; neste momento as forças provisórias  $F_{oi}$  serão adotadas como as forças  $F_i$  que equilibram o sistema estaticamente.

Agora, pode-se determinar os parâmetros do sistema hidrostático  $\lambda_i$  para cada mancal, pela expressão:

$$\lambda_i = \frac{F_i}{K_i h_i} \quad (4.32)$$

O programa número 2, conforme figura 4.6, segue o processo acima descrito e para cada mancal escreve, a força que atua no mancal, o parâmetro do sistema hidrostático e a espessura de óleo adotada.

#### 4.3.3 - Otimização do Sistema Hidrostático

Como foi visto no item 3.3, para que o sistema hidrostático trabalhe sem contacto metal contra metal nos mancais é necessário que o parâmetro  $\lambda$ , para todos os mancais, permaneça entre os limites estabelecidos pela inequação (3.29). Quando os resultados obtidos através do programa número 2 não concordam com esses limites, é possível uma das seguintes correções:

a) pela mudança da espessura de óleo adotada inicialmente para o mancal.

Neste caso, a força que atua no mancal, dada pela equação (4.20), não será alterada, se ao modificar-se o parâmetro  $\lambda$ , para um valor dentro dos limites de variação, houver uma alteração proporcional na espessura do óleo do mancal, pois, o fator  $\lambda_i h_i$  permanece constante.

Normalmente, essa correção não é possível para valores de  $\lambda$  menores do que 0,4, casos em que a alteração na espessura de óleo será para um valor menor que o adotado inicialmente e o contacto metal com metal pode ocorrer. É interessante observar que qualquer alteração na espessura de um mancal acarretará o mesmo fato em todos os mancais alinhados com ele, segundo uma reta paralela ao eixo das guias da máquina; isto poderá levar a mudanças indesejáveis nos parâmetros dos outros mancais. Logo, essa correção no sistema de mancais é bastante limitada.

b) pela modificação da rigidez do mancal.

Análogo ao caso anterior, o parâmetro  $\lambda$  pode ser otimizado

se a rigidez do mancal for alterada proporcionalmente, isto é, se o fator  $\lambda_i K_i$  permanecer constante.

Com esta alteração deve-se reformular o programa número 1, adotando-se uma nova relação de rigidez para o mancal; isto poderá modificar os resultados deste programa e, conseqüentemente, implicará num novo programa número 2, o qual fornecerá os novos parâmetros já otimizados. É interessante notar que esse segundo método pode ser aplicado sempre, apesar de aumentar o tempo de computação.

#### 4.4 - PROGRAMA NÚMERO 3

##### 4.4.1 - Introdução

Neste programa são determinadas as características dos mancais hidrostáticos e do sistema hidráulico. O organograma da figura 4.7 mostra a sequência utilizada no programa número 3, a qual é justificada pelos itens que se seguem:

##### 4.4.2 - Determinação da pressão do sistema e nos mancais

Relacionando-se as equações (3.18), (3.35) e (3.37) pode-se determinar a pressão necessária para o sistema hidráulico, como sendo:

$$p_s = \frac{F_i}{a_{f_i} \bar{A}_i \rho_i} \quad (4.33)$$

Pela equação (3.19), determina-se a relação de pressão  $\rho_i$ ,



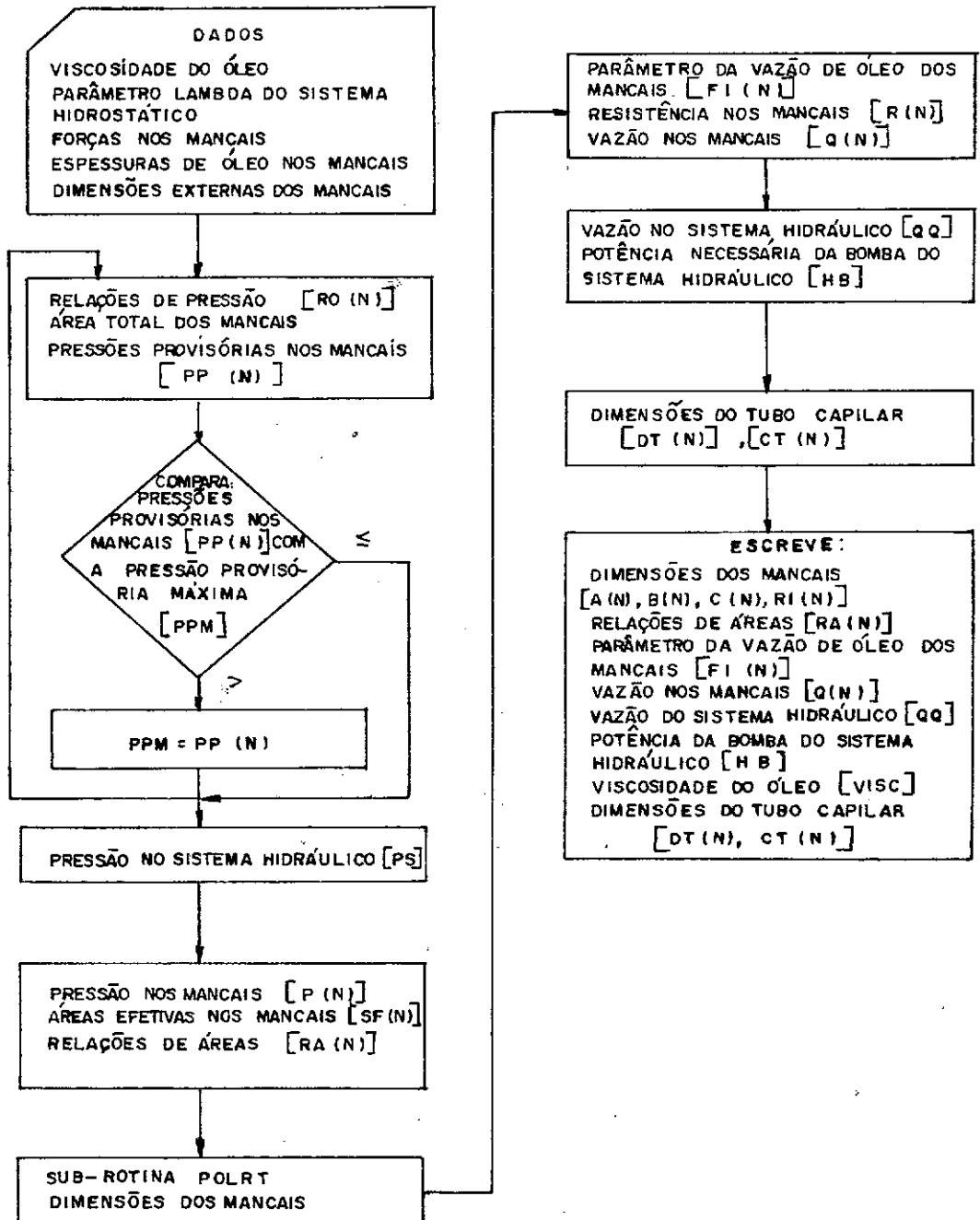


FIG. 4.7 - ORGANOGRAMA DO PROGRAMA Nº 3

para cada mancal, em função dos parâmetros  $\lambda_i$ , obtidos no programa número 2. As forças  $F_i$  foram determinadas pelo programa anterior e as áreas totais  $\bar{A}_i$  são as disponíveis para cada mancal e já previamente escolhidas. Como o parâmetro  $a_f$  deve permanecer limitado, na faixa de 0,5 a 0,7, conforme item 3.4.2, a pressão do sistema hidráulico  $p_s$  é proporcional ao fator  $F_i/\bar{A}_i \rho_i$  dos mancais, pode-se determinar o valor máximo desse fator e adotando-se o parâmetro  $a_f = 0,65$  para esse mancal, determina-se então a pressão do circuito hidráulico.

Em seguida, determina-se a pressão em cada mancal, utilizando-se a equação (3.18) modificada, ou seja:

$$P_i = P_s \rho_i \quad (4.34)$$

#### 4.4.3 - Determinação das dimensões dos mancais

Através da equação (3.35), determina-se a área efetiva para cada mancal, isto é:

$$A_i = \frac{F_i}{P_i} \quad (4.35)$$

e, conseqüentemente, as relações de área para cada mancal, pois:

$$a_{fi} = \frac{A_i}{\bar{A}_i} \quad (4.36)$$

Da maneira que foi calculada a pressão do sistema, o parâmetro  $a_f$  nunca será maior que 0,65, mas, poderá ser menor que 0,5. Quando isso

acontecer deve-se diminuir a área total disponível para esse mancal, ou mesmo, eliminá-lo. Se essa solução for impossível, deve-se aumentar as áreas totais dos mancais que tenham os maiores parâmetros  $a_f$ . Estas atitudes, as vezes, levam a reformulação de todo o projeto de mancais.

Como o comprimento  $a$  e a largura  $b$  do mancal, conforme figura 4.8, para cada um dos mancais já foram previstas, pode-se utilizar a equação (3.38) e determinar-se a dimensão da soleira do mancal  $c$ .

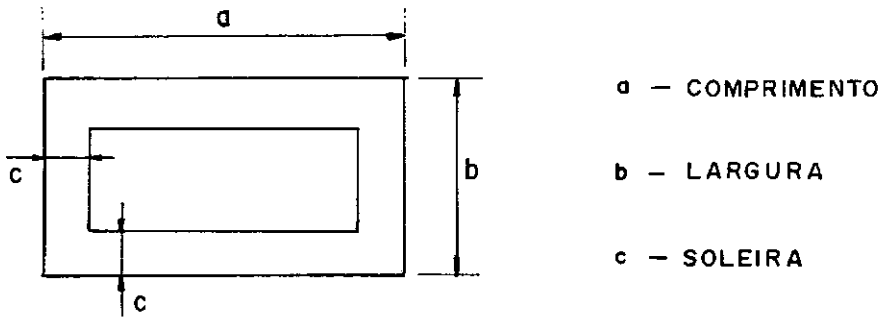


FIG. 4.8 DIMENSÕES DO MANCAL RETANGULAR PLANO

#### 4.4.4 - Determinação da vazão do sistema hidráulico

O parâmetro da vazão de óleo  $\phi$ , para cada mancal, pode ser determinado através das dimensões do mancal; conforme a equação (3.33), tem-se:

$$\phi = \frac{6}{\frac{a}{c} + \frac{b}{c} - 2}$$

agora, adotando-se um óleo com viscosidade  $\mu$  para o sistema hidráulico e

utilizando-se a equação (3.7), tem-se a vazão de óleo para cada mancal, isto porque:

$$Q_i = \frac{p_i h_i^3}{\mu \phi_i} \quad (4.37)$$

onde a espessura de óleo  $h_i$  foi determinada no programa número 2 e a pressão no mancal  $p_i$  no item anterior;

então, a vazão total de óleo do sistema hidráulico ( $Q_T$ ) será a somatória das vazões nos mancais, isto é:

$$Q_T = \sum_{i=1}^n Q_i \quad (4.38)$$

#### 4.4.5 - Determinação da potência da bomba do sistema hidráulico

Da vazão total necessária para os mancais, determinada no item 4.4.4, estima-se em 50% o excesso dessa vazão para o controle do sistema hidráulico; então, a potência necessária para a bomba será:

$$HB = \frac{1,5 Q_T p_s}{\eta} \quad (4.39)$$

onde:  $\eta$  é o rendimento da bomba

#### 4.4.6 - Determinação das dimensões do sistema de compensação

Como o sistema de compensação para cada mancal é realizado

através de tubos capilares, determina-se as suas dimensões relacionando-se as equações (3.9) e (3.10), isto é:

$$l = \frac{\pi d^4 (p_s - p)}{128 Q \mu} \quad (4.40)$$

então, para cada diâmetro de tubo capilar  $d$ , existe um comprimento  $l$  que satisfaz as condições de trabalho do mancal.

## CAPÍTULO V

### APLICAÇÃO DO MÉTODO NUMA MÁQUINA OPERATRIZ

#### 5.1 - INTRODUÇÃO

Afim de testar-se o método desenvolvido no capítulo anterior, utilizando-se os programas do apêndice 2, foi projetado um sistema de mancais hidrostáticos planos para o carro do torno RN-400, marca IMOR, com guias apropriadas.

Os dados nominais da máquina são:

potência do motor	$H = 2 \text{ CV}$
peso médio do carro	$M_g = 100 \text{ kgf}$
máxima mudança de peso no carro	$m_g = 0$
máxima aceleração ou desaceleração do carro	$f = 0,48 \text{ g}$
máximo diâmetro torneável	$D = 250 \text{ mm}$
rotações no eixo-árvore	$n = 40 \dots 1000 \text{ rpm}$

#### 5.2 - DETERMINAÇÃO DO CENTRO DE GRAVIDADE

A estrutura do carro foi dividida em oito paralelepípedos fixos e um móvel. As suas dimensões e as coordenadas dos respectivos centros de gravidade são as indicadas na tabela 5.1 e mostradas na figura 5.1.

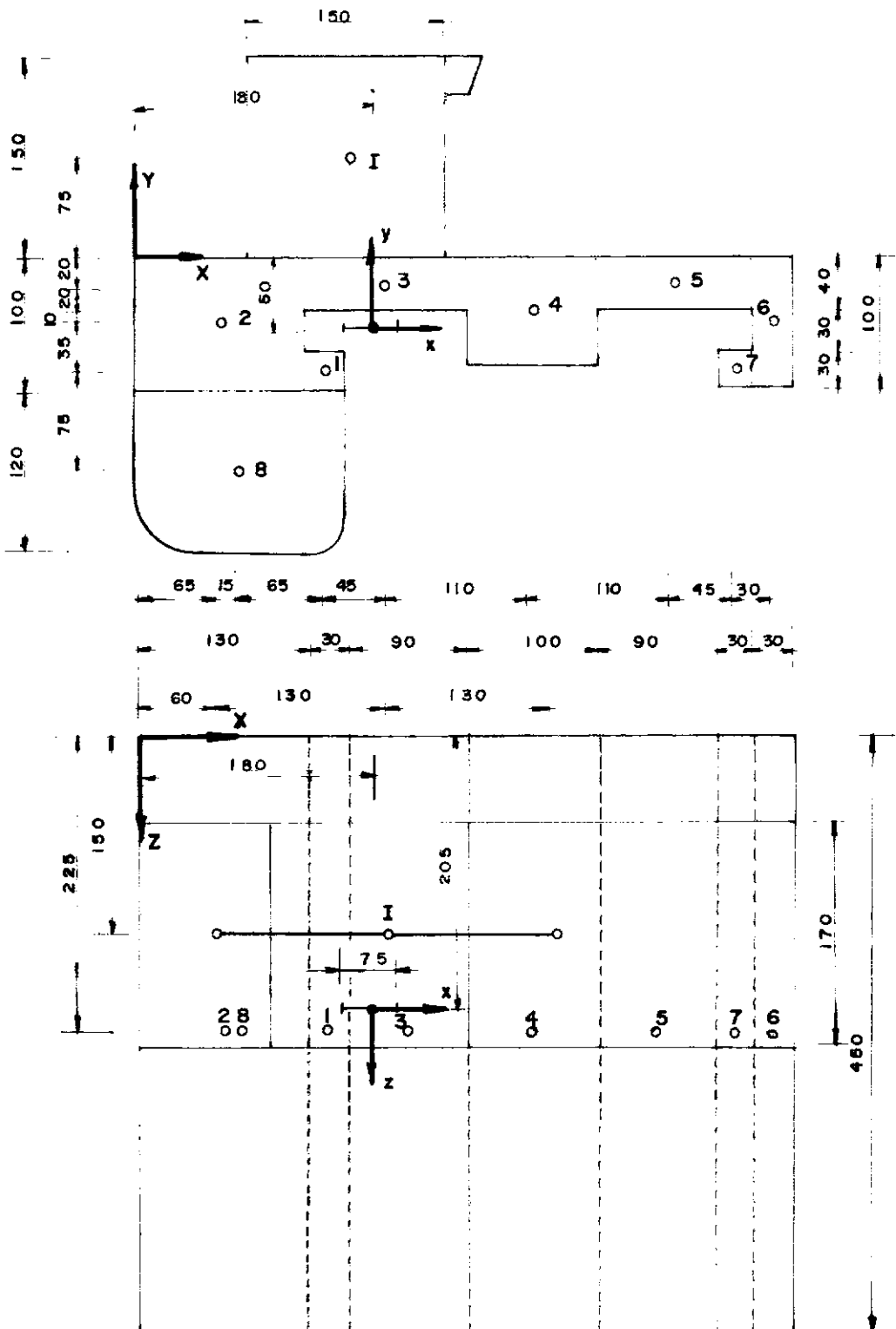


FIG. 5.1- LOCALIZAÇÃO DO CENTRO DE GRAVIDADE DO SISTEMA

TABELA 5.1

Paralelepípedo fixo	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	Comp. X (mm)	Comp. Y (mm)	Comp. Z (mm)
1	145	- 85	225	30	30	450
2	65	- 50	225	130	100	450
3	190	- 20	225	120	40	450
4	300	- 40	225	100	80	450
5	410	- 20	225	120	40	450
6	485	- 50	225	30	100	450
7	455	- 85	225	30	30	450
8	80	- 160	225	160	120	450

Paralelepípedo móvel	X <sub>min</sub> (mm)	X <sub>max</sub> (mm)	Y <sub>min</sub> (mm)	Y <sub>max</sub> (mm)	Z <sub>min</sub> (mm)	Z <sub>max</sub> (mm)	Comp. X (mm)	Comp. Y (mm)	Comp. Z (mm)
1	60	320	75	75	150	150	150	150	170

Através do programa auxiliar, mostrado na figura 4.2, obtem-se as coordenadas do centro de gravidade do sistema e sua possível variação nas três direções, isto é:

$$X_{CG} = 180 \text{ mm}$$

$$\alpha = 37,5 \text{ mm}$$

$$Y_{CG} = - 50 \text{ mm}$$

e

$$\beta = 0$$

$$Z_{CG} = 205 \text{ mm}$$

$$\gamma = 0$$

Assim, o sistema de coordenadas utilizado no projeto do sistema de mancais hidrostáticos terá como origem o ponto determinado acima e



as direções para os eixos x, y e z, são as mostradas na figura 5.1.

### 5.3 - APLICAÇÃO DO PROGRAMA NÚMERO 1

Com os resultados do programa auxiliar e os dados nominais do torno, através das inequações (4.3) e (4.4), vem:

a) forças e momentos devido ao peso próprio e a inércia da estrutura do carro

$$W_x = 0$$

$$W_y = -100 \text{ (kgf)}$$

$$-48 \leq W_z \leq 48 \text{ (kgf)}$$

$$M_x = 0$$

$$-1800 \leq M_y \leq 1800 \text{ (kgf.mm)}$$

$$M_z = 0$$

b) forças e momentos devido a variação do peso na estrutura do carro

$$W'_x = 0$$

$$W'_y = 0$$

$$W'_z = 0$$

$$M'_x = 0$$

$$M'_y = 0$$

$$- 3750 \leq M'_z \leq 3750 \text{ (kgf.mm)}$$

As forças de usinagem são determinadas através dos dados nominais do torno e utilizando-se as inequações (4.1).

assim:

$$- 45 \leq N \leq 225 \text{ (kgf)}$$

$$- 45 \leq A \leq 225 \text{ (kgf)}$$

$$- 225 \leq T \leq 0 \text{ (kgf)}$$

Considerou-se como posições críticas para os pontos de trabalho da ferramenta, as que seguem abaixo:

- 1) final do torneamento cilíndrico com diâmetro máximo
- 2) final do torneamento cilíndrico com diâmetro mínimo
- 3) início do torneamento cilíndrico com diâmetro máximo
- 4) início do torneamento cilíndrico com diâmetro mínimo
- 5) faceamento com diâmetro máximo
- 6) faceamento com diâmetro mínimo

As coordenadas do ponto de trabalho e os ângulos que determinam as direções das forças de usinagem, conforme apêndice 3, são mostradas na tabela 5.2.

TABELA 5.2

Ponto de trabalho	x (mm)	y (mm)	z (mm)	AF (graus)	BF (graus)	CF (graus)	DF (graus)
1	- 5	210	- 180	0	270	0	0
2	120	210	- 180	0	270	0	0
3	- 5	210	220	0	270	0	0
4	120	210	220	0	270	0	0
5	- 5	210	- 200	0	0	0	90
6	120	210	- 200	0	0	0	90

Na usinagem de um aço de grande dureza com o torno RN-400, pode-se adotar os seguintes valores<sup>(17)</sup>:

avanço mínimo do torno = 0,072 mm

profundidade de corte = 0,100 mm

pressão específica de corte = 600 kgf/mm<sup>2</sup>

logo, utilizando-se a equação (4.2), determinou-se o fator de acabamento como sendo:

$$F.A. = \frac{600 \times 0,0072}{225} = 0,02$$

Em seguida, conforme mostra a figura 5.2, localizou-se a posição do centro de pressão e a área total disponível para cada mancal. Para

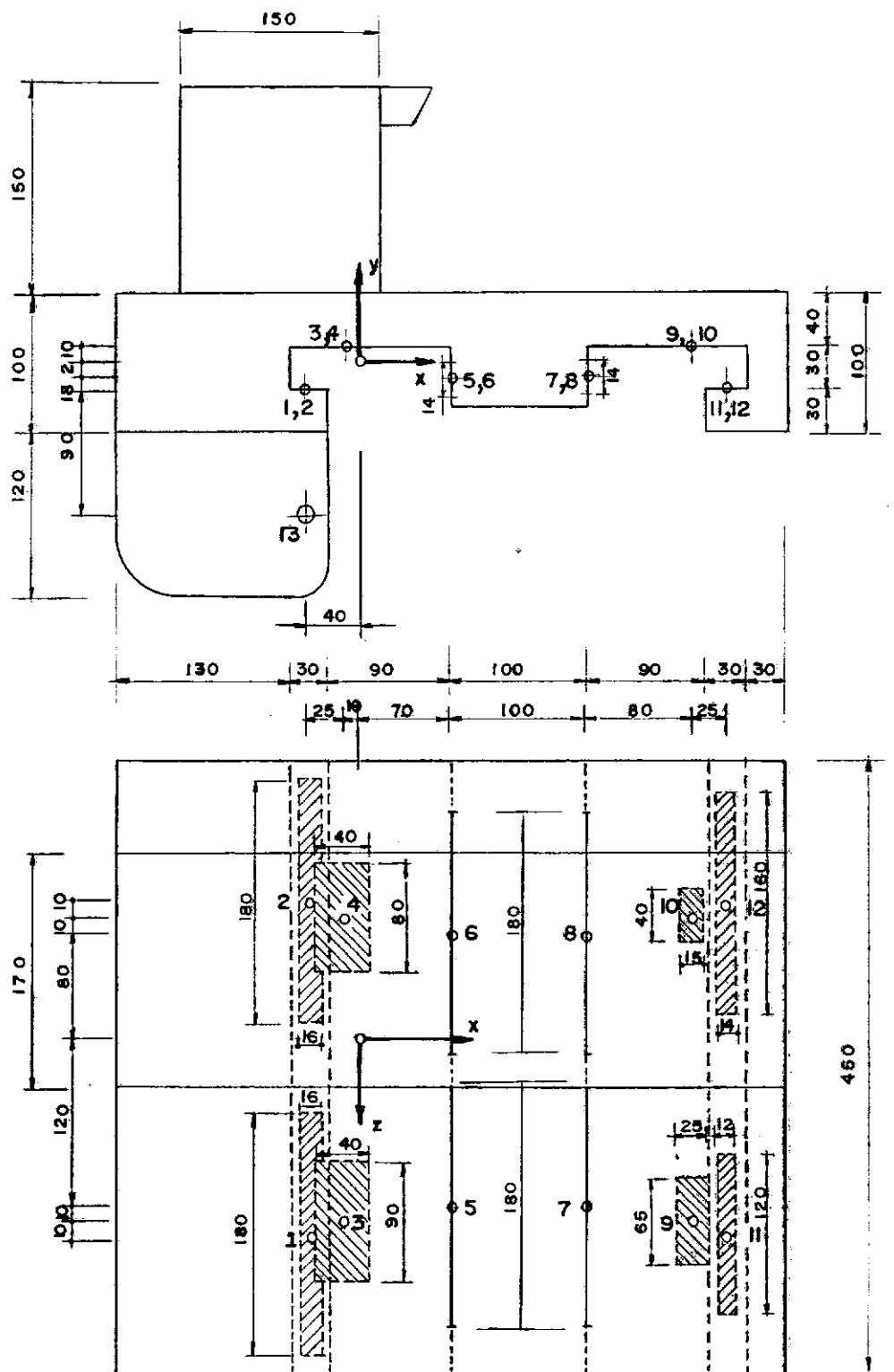


FIG. 5.2 - LOCALIZAÇÃO DOS MANCAIS HIDROSTÁTICO E ÁREAS DISPONÍVEIS

isto, foram ponderados os seguintes fatores: posições críticas do ponto de trabalho, forma geométrica e localização do centro de gravidade do carro do torno, movimentos do sistema, facilidades de fabricação e montagem para o sistema de mancais.

Para localizar um mancal no sistema de coordenadas, conforme figura 5.3, é determinada a direção da perpendicular ao plano do mancal através de dois ângulos, assim definidos:

- A: ângulo entre a direção perpendicular ao plano do mancal e o plano x z dos eixos coordenados
- B: ângulo entre a projeção de direção perpendicular ao plano do mancal no plano x z e o eixo z.

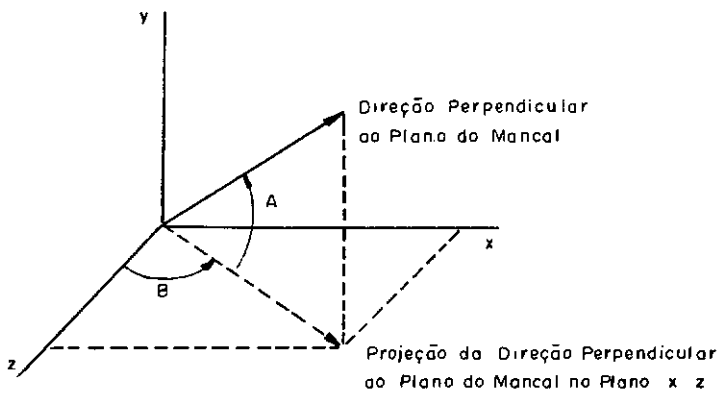


FIG. 5.3 - LOCALIZAÇÃO DO MANCAL

Para efeito de computação, o condutor é tratado como uma mola de compressão e, conseqüentemente, como um mancal. O seu fator de rigidez deve ser maior do que o máximo fator dos mancais, afim de assegurar que o sistema hidráulico seja determinado pela variação da espessura de óleo dos mancais.

Os fatores de rigidez dos mancais não devem ser muito discrepantes para não tornar o sistema hidráulico inviável. Para os mancais mais solicitados deve-se adotar fatores de rigidez ligeiramente maiores do que os dos menos solicitados.

Para o sistema projetado, as coordenadas, ângulos de posicionamento e fatores de rigidez para os mancais e condutor (mancal 13), são mostrados na tabela 5.3.

TABELA 5.3

Mancal	x (mm)	y (mm)	z (mm)	A (graus)	B (graus)	Fator de Rigidez (kgf/mm)
1	- 35	- 20	140	- 90	0	1,5
2	- 35	- 20	- 100	- 90	0	2,0
3	- 10	10	130	90	0	2,4
4	- 10	10	- 90	90	0	2,2
5	70	- 2	120	0	90	2,0
6	70	- 2	- 80	0	90	1,8
7	170	- 2	120	0	270	1,5
8	170	- 2	- 80	0	270	1,8
9	250	10	130	90	0	1,5
10	250	10	- 90	90	0	0,5
11	275	- 20	140	- 90	0	0,8
12	275	- 20	- 100	- 90	0	1,5
13	- 40	- 110	40	0	0	4,0

As tolerâncias admissíveis para que a precisão da máquina

e o funcionamento do sistema hidráulico satisfaçam as restrições impostas ao projeto de mancais, são:

a) máxima variação admissível para a espessura de óleo nos mancais:

$$\Delta h_{adm} = \pm 0,012 \text{ mm}$$

b) máximas variações admissíveis para o ponto de trabalho da ferramenta de corte, nas direções das forças de usinagem, para as operações de acabamento:

$$\Delta n_{adm} = \pm 0,002 \text{ mm}$$

$$\Delta a_{adm} = \pm 0,002 \text{ mm}$$

$$\Delta t_{adm} = \pm 0,005 \text{ mm}$$

Introduzindo-se esses valores no programa número 1, obtém-se:

a) os valores da tabela 5.4

TABELA 5.4

Mancal	$\Delta h_{max}$ (mm)	K (kgf/mm)	$\Delta F_{max}$ (kgf)
1	0,0120	$1,00 \cdot 10^4$	119,4
2	0,0055	$1,33 \cdot 10^4$	72,9
3	0,0180	$1,59 \cdot 10^4$	171,6
4	0,0048	$1,49 \cdot 10^4$	70,7
5	0,0094	$1,33 \cdot 10^4$	125,0
6	0,0095	$1,19 \cdot 10^4$	113,8
7	0,0094	$1,00 \cdot 10^4$	93,7
8	0,0095	$1,19 \cdot 10^4$	113,8
9	0,0059	$1,00 \cdot 10^4$	58,6
10	0,0079	$0,33 \cdot 10^4$	26,1
11	0,0061	$0,53 \cdot 10^4$	32,2
12	0,0090	$1,00 \cdot 10^4$	90,5
13	-	$2,65 \cdot 10^4$	138,0

b) as forças e momentos que ocasiona a maior variação na espessura de óleo:

$$P_1 = - 90 \text{ kgf}$$

$$P_2 = - 212,5 \text{ kgf}$$

$$P_3 = 138 \text{ kgf}$$

$$P_4 = 43.650 \text{ kgf.mm}$$

$$P_5 = - 21.150 \text{ kgf.mm}$$

$$P_6 = 23.212 \text{ kgf.mm}$$

c) os deslocamentos máximos do ponto de trabalho da ferramenta produzidos pelo sistema hidrostático nas operações de acabamento:

$$\Delta_n = 0,0003 \text{ mm}$$

$$\Delta_a = 0,0005 \text{ mm}$$

$$\Delta_t = 0,0002 \text{ mm}$$

#### 5.4 - APLICAÇÃO DO PROGRAMA NÚMERO 2

Para satisfazer a equação (4.22), foram adotados os valores da tabela 5.5, para a espessura de óleo de cada mancal:

TABELA 5.5

Mancal	h (mm)	Mancal	h (mm)
1	0,050	7	0,045
2	0,050	8	0,045
3	0,050	9	0,035
4	0,050	10	0,035
5	0,045	11	0,045
6	0,045	12	0,045



Adotando-se o valor provisório  $\lambda_0 = 0,55$ , para o parâmetro do sistema hidrostático de todos os mancais, e utilizando-se o programa número 2, obtêm-se os valores da tabela 5.6:

TABELA 5.6

Mancal	$\lambda$	F (kgf)	h (mm)
1	0,464	230,8	0,050
2	0,526	348,6	0,050
3	0,600	477,4	0,050
4	0,571	416,4	0,050
5	0,617	368,5	0,045
6	0,483	259,3	0,045
7	0,460	206,0	0,045
8	0,617	331,6	0,045
9	0,603	209,8	0,035
10	0,497	576,8	0,035
11	0,477	113,9	0,045
12	0,571	255,5	0,045

### 5.5 - APLICAÇÃO DO PROGRAMA NÚMERO 3

As dimensões dos mancais, conforme figura 5.2, são os da tabela 5.7:

TABELA 5.7

Mancal	a (mm)	b (mm)	Mancal	a (mm)	b (mm)
1	180	16	7	180	14
2	180	16	8	180	14
3	90	40	9	65	25
4	80	40	10	40	15
5	180	14	11	120	12
6	180	14	12	160	14

Utilizando-se para o sistema hidráulico um óleo com viscosidade igual a  $\mu = 7,1 \cdot 10^{-7} \text{ kgf.s/mm}^2$ , obtem-se pelo programa número 3:

a) os valores da tabela 5.8, para cada mancal:

TABELA 5.8

Mancal	c (mm)	$a_f$	$\phi$
1	6,75	0,556	0,222
2	5,33	0,647	0,173
3	12,79	0,583	0,736
4	11,45	0,611	0,708
5	5,05	0,621	0,165
6	4,65	0,650	0,151
7	5,62	0,580	0,185
8	5,90	0,559	0,195
9	8,69	0,565	0,719
10	5,17	0,571	0,695
11	5,54	0,513	0,275
12	6,19	0,535	0,230

b) a vazão de óleo fornecida pela bomba:

$$Q_T \approx 181.000 \text{ mm}^3/\text{s}$$

c) a potência da bomba:

$$HB = 1,5 \text{ CV}$$

d) os valores da tabela 5.9, para o tubo capilar do sistema de compensação do mancal:

TABELA 5.9

COMPRIMENTO DO TUBO CAPILAR (mm)						
Mancais	Diâmetro (mm)					
	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40
1	2,84	14,41	45,54	111,20	230,59	427,20
2	1,50	7,61	24,07	58,77	121,88	225,80
3	4,62	23,39	73,94	180,54	374,37	693,56
4	4,99	25,27	79,89	195,06	404,47	749,34
5	1,33	6,74	21,33	52,07	107,98	200,06
6	2,32	11,78	37,25	90,94	188,58	349,38
7	3,34	16,92	53,49	130,59	270,80	501,69
8	1,57	7,96	25,17	61,46	127,45	236,12
9	13,03	66,00	208,59	509,25	1056,00	1956,37
10	20,72	104,91	331,59	809,56	1678,70	3110,01
11	4,39	22,24	70,31	171,66	355,96	659,46
12	2,22	11,26	35,59	86,90	180,20	333,85

## 5.6 - OBSERVAÇÕES FINAIS

Ponto da maior importância, a ser observado no projeto de mancais hidrostáticos, são as modificações necessárias para melhorar o desempenho deste sistema. Os indicadores dessas correções são os parâmetros utilizados no sistema. Normalmente, pequenas alterações são suficientes para tornar o projeto viável, as mais comuns são as que se referem com os parâmetros do sistema hidrostático  $\lambda$  e com os parâmetros geométricos dos mancais.

No exemplo aqui desenvolvido, foi necessário modificar-se ligeiramente os fatores de rigidez adotados para os mancais 1, 3, 5, 7, 9, 10,

11 e 12, segundo o item 4.3.3, para que os parâmetros  $\lambda$  do sistema hidrostático, obtidos pelo programa número 2, satisfizessem a inequação (3.29).

Também, as dimensões externas dos mancais 3, 9, 10 e 12 foram alteradas para que os seus parâmetros relação de área  $a_f$ , obtidos pelo programa número 3, satisfizessem ao item 3.4.2.

Eventualmente, as modificações no projeto inicial são de tal ordem, que é preferível uma nova distribuição dos mancais na estrutura, inclusive acrescentando ou retirando-se mancais, baseando-se nos resultados do projeto primitivo.

CAPÍTULO VICONCLUSÕES

O método aqui desenvolvido para o projeto de sistemas de mancais hidrostáticos planos, baseado na aplicação dos multiplicadores de Lagrange, mostrou-se bastante eficiente e rápido. Assim, enquanto o método formulado por P.E.R.A. demora em média 60 minutos para o seu processamento, este, utilizando um computador digital semelhante, IBM-1130 com 8K de memória, leva apenas 15 minutos, com a vantagem de não necessitar, como o anterior, de ábacos e tabelas para a determinação das dimensões dos mancais e características do sistema hidráulico.

Também, foi desenvolvido um programa auxiliar para a determinação do centro de gravidade da estrutura do sistema, aplicável em qualquer tipo de máquina.

O método é bastante flexível permitindo sua aplicação em qualquer máquina operatriz. Evidentemente, as componentes da força de usinagem devem ser estudadas particularmente para cada máquina.

Convém salientar um ponto importantíssimo que é a otimização do projeto. Para o programa de computação é suficiente uma simples troca nos cartões de dados, mas, para a melhoria no desempenho do sistema, as modificações nos parâmetros do sistema de mancais devem ser realizadas conforme indicações dos capítulos anteriores, para colocá-los nas faixas recomendadas.

A dispersão das cotas nas peças usinadas provocada pela lu

brificação hidrostática é perfeitamente controlável e na maioria das vezes, é bem inferior a permitida pelas normas técnicas.

SIMBOLOGIA

<u>Símbolo</u>	<u>Dimensão</u>	<u>Definição</u>
Q	$L^3 T^{-1}$	Vazão de óleo nos mancais
$Q_T$	$L^3 T^{-1}$	Vazão total de óleo do sistema
h	L	Espessura de óleo nos mancais
$p_s$	$F L^{-2}$	Pressão no sistema hidráulico
p	$F L^{-2}$	Pressão nos mancais
$\mu$	$F T L^{-2}$	Viscosidade do óleo
$\phi$		Parâmetro da vazão de óleo
K	$F L^{-1}$	Rigidez dos mancais
F	F	Força nos mancais
R	$F L^{-5} T$	Resistência hidráulica do tubo capilar
r	$F L^{-5} T$	Resistência hidráulica do mancal
l	L	Comprimento do tubo capilar
d	L	Diâmetro do tubo capilar
$\lambda$		Parâmetro do sistema hidrostático
$\rho$		Relação de pressão
a, b, c	L	Dimensões do mancal
$\bar{A}$	$L^2$	Área total do mancal
A	$L^2$	Área efetiva do mancal
$a_f$		Parâmetro relação de área
H	$F L T^{-1}$	Potência do torno
HB	$F L T^{-1}$	Potência da bomba
$v_c$	$L T^{-1}$	Velocidade de corte
T	F	Força tangencial de usinagem

A	F	Força axial de usinagem
N	F	Força normal de usinagem
F.A.		Fator de acabamento
$\alpha$	L	Variação do centro de gravidade na direção x
$\beta$	L	Variação do centro de gravidade na direção y
$\gamma$	L	Variação do centro de gravidade na direção z
{P}	F	Matriz forças e momentos nas direções x, y e z
u, v, w		Cossenos diretores
{s}	L	Matriz deslocamentos do centro de gravidade
$\Omega$		Fator de rigidez
$\Delta_n, \Delta_a, \Delta_t$	L	Deslocamentos dos pontos de trabalho nos eixos N, A e T
$\xi$		Multiplificadores de Lagrange
D	F	Acrêscimos nas forças provisórias dos mancais
$\eta$		Rendimento da bomba
A, B		Ângulos de posicionamento do mancal
AF, BF,		
CF, DF		Ângulos de posicionamento das forças de usinagem



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - RIPPEL, H. C. - "Hydrostatic Bearings", Machine Design, 1963.
- 2 - RAIMONDI, A. A. e BOYD, J. - "An Analysis of Orifice and Capillary Compensated Hydrostatic Journal Bearings", Lubrification Engineering, vol. 13, nº 1, January, 1957.
- 3 - WILCOCK, D. F. e BOOSER, E. R. - "Bearing Design and Application"-McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, N. Y., first edition, 1957.
- 4 - ELWELL, R. C. e STERNLICHT, B. - "Theoretical and Experimental Analysis of Hydrostatic Thrust Bearings" - Trans. ASME, series D, Journal of Basic Engineering, vol. 82, 1960.
- 5 - MALANOSKI, S. B. e LOEB, A. M. - "The Effect of the Method of Compensation on Hydrostatic Bearing Stiffness" - Trans. ASME, series D, Journal of Basic Engineering, vol. 83, 1961.
- 6 - LING, M. T. S. - "On the Optimization of the Stiffness of Externally Pressurized Bearings" - Trans. ASME, series D, Journal of Basic Engineering, vol. 84, 1962.
- 7 - LEWIS, G. K. - "Flow and Load Parameters of Hydrostatic Oil Bearings for Several Port Shapes" - Journal Mechanical Engineering Science, vol. 8, nº 2, 1966.
- 8 - P. E. R. A. - "Hydrostatic Bearing System Design and its Application to Machine Tools" - Production Engineering Research Association of Great Britain, nº 134, 1964.
- 9 - P. E. R. A. - "Hydrostatic Bearing System Design" - Production Engineering Research Association of Great Britain, nº 141, 1965.
- 10 - O'DONOGHUE, J. P.; ROWE, W. B. e HOOKE, C. J. - "Computer Analysis of Ex-

ternally Pressurized Journal Bearings" - Proc. Instn. Mech Engrs, volume 184, 1969-70.

- 11 - SHAPIRO, W. - "Computer - Aided Design of Externally Pressurized Bearing" - Instn. Mech Engrs - C 10, 1971.
- 12 - LEWIS, G. K. e SCOLLIER, J. C. - "Stiffness of Self - Compensating Hydrostatic Bearing Systems" - Instn. Mech Engrs - C 17, 1971.
- 13 - ROWE, W. B. e O'DONOGHUE, J. P. - "A Review of Hydrostatic Bearings Design" - Instn. Mech Engrs - C 21, 1971.
- 14 - FAVARETO, M. e RAZELLI, G. - "Design and Testing of Universal Hydrostatic Boring Spindles" - Instn. Mech Engrs - C 39, 1971.
- 15 - SHAMES, I. H. - "Mechanics of Fluids" - Mc-Graw Hill Book Company, New York, 1967.
- 16 - COURANT, R. - "Differential and Integral Calculus" - vol. II -Blackie and son Limited, London, 1966.
- 17 - FERRARESI, D. - "Fundamentos de Usinagem dos Metais" - Ed. Edgard Blücher Ltda, S. Paulo, 1970.

A P E N D I C E 1

Se numa função:

$$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

as  $n$  variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$  não são todas independentes, mas estão ligadas por  $m$  outras condições ( $m < n$ )

$$\phi_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$\phi_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

.....

$$\phi_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

então, introduzindo-se  $m$  multiplicadores  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  e igualando-se as derivadas da função

$$F = f + \lambda_1 \phi_1 + \lambda_2 \phi_2 + \dots + \lambda_m \phi_m$$

em relação a  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , onde  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ , são constantes, a zero. As equações

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = 0, \frac{\partial F}{\partial x_2} = 0, \dots, \frac{\partial F}{\partial x_n} = 0$$

obtem-se, junto com as  $m$  condições

$$\phi_1 = 0, \phi_2 = 0, \dots, \phi_m = 0$$

um sistema de  $m + n$  equações para as  $m + n$  incógnitas  $x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ . Essas equações devem satisfazer a todos os valores extremos de  $f$ ,

a menos que no extremo valor, todos os jacobianos das  $m$  funções  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m$ , com respeito a  $m$  das variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , tenham o valor zero.

A P E N D I C E 2

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// FOR

\*LIST SOURCE PROGRAM

\*ONE WORD INTEGERS

\*IOCS(CARD,1132PRINTER)

C

PROGRAMA AUXILIAR DETERMINACAO DO CG

C

```

DIMENSION X(40),Y(40),Z(40),CX(40),CY(40),CZ(40),XMI(20),XMI(20),YMI(20),YMS(20),ZMI(20),ZMS(20),V(40),VM(20),XX(20),Y2Y(20),ZZ(20)

```

READ(2,1)N,M

1 FORMAT(2I4)

READ(2,2)(X(J),Y(J),Z(J),CX(J),CY(J),CZ(J),J=1,N)

2. FORMAT(6F10.2)

```

READ(2,3)(XMI(L),XMS(L),YMI(L),YMS(L),ZMI(L),ZMS(L),XX(L),Y1Y(L),ZZ(L),L=1,M)

```

3 FORMAT(9F8.2)

RX=0.

RY=0.

RZ=0.

S=0.

C

VOLUME DOS PARALELEPIPEDOS FIXOS

DO 10 I=1,N

V(I)=CX(I)\*CY(I)\*CZ(I)

RX=RX+V(I)\*X(I)

RY=RY+V(I)\*Y(I)

RZ=RZ+V(I)\*Z(I)

10 S=S+V(I)

RXI=RX

RXS=RX

RYI=RY

RYS=RY

RZI=RZ

RZS=RZ

ST=S

C

VOLUME DOS PARALELEPIPEDOS MOVEIS

DO 11 K=1,M

VM(K)=XX(K)\*YY(K)\*ZZ(K)

RXI=RXI+VM(K)\*XMI(K)

RXS=RXS+VM(K)\*XMS(K)

RYI=RYI+VM(K)\*YMI(K)

PAGE 2

```

RYS=RYS+VM(K)*YMS(K)
RZI=RZI+VM(K)*ZMI(K)
RZS=RZS+VM(K)*ZMS(K)

```

```

11 ST=ST+VM(K)

```

```

XI=RXI/ST

```

```

XS=RXS/ST

```

```

YI=RYI/ST

```

```

YS=RYS/ST

```

```

ZI=RZI/ST

```

```

ZS=RZS/ST

```

```

C COORDENADAS MEDIAS DO CENTRO DE GRAVIDADE

```

```

XCG=(XS+XI)/2.

```

```

YCG=(YS+YI)/2.

```

```

ZCG=(ZS+ZI)/2.

```

```

C DESLOCAMENTOS MAXIMOS DO CENTRO DE GRAVIDADE

```

```

ALFA=(XS-XI)/2.

```

```

BETA=(YS-YI)/2.

```

```

GAMA=(ZS-ZI)/2.

```

```

WRITE(3,5)

```

```

5 FORMAT(/,15X,'X(MM)',15X,'Y(MM)',15X,'Z(MM)',12X,'ALFA(MM)
1',12X,'BETA(MM)',12X,'GAMA(MM)',/)

```

```

WRITE(3,6)XCG,YCG,ZCG,ALFA,BETA,GAMA

```

```

6 FORMAT(6E20.6)

```

```

CALL EXIT

```

```

END

```

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR

COMMON 0 VARIABLES 1014 PROGRAM 468

END OF COMPILATION

// XEQ

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// FOR

\*IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)

\*LIST SOURCE PROGRAM

\*ONE WORD INTEGERS

\*NAME RFD1

C

C PROGRAMA NUMERO 1

C

DIMENSION A(50),B(50),X(50),Y(50),Z(50),AF(20),BF(20),CF(20),DF(20)

COMMON OHM(50),U(50),V(50),W(50),E(50),G(50),H(50),UN(20),VN(20),WN(20),EN(20),GN(20),HN(20),UA(20),VA(20),WA(20),EA(20),GA(20),HA(20),UT(20),VT(20),WT(20),ET(20),GT(20),HT(20),3XF(20),YF(20),ZF(20),N,M,CK(50)

READ(2,1)N,M

1 FORMAT(2I5)

READ(7,5)(XF(N3),YF(N3),ZF(N3),AF(N3),BF(N3),CF(N3),DF(N3),IN3=1,M)

5 FORMAT(7F10.2)

READ(2,6)(X(N4),Y(N4),Z(N4),A(N4),B(N4),CK(N4),N4=1,N)

6 FORMAT(6F10.2)

C COSSENOS DIRETORES DOS MANCAIS

PI=3.141592

DO 10 J=1,N

OHM(J)=0.

A(J)=(A(J)\*PI)/180.

B(J)=(B(J)\*PI)/180.

U(J)=COS(A(J))\*SIN(B(J))

V(J)=SIN(A(J))

W(J)=COS(A(J))\*COS(B(J))

E(J)=Y(J)\*W(J)-Z(J)\*V(J)

G(J)=Z(J)\*U(J)-X(J)\*W(J)

10 H(J)=X(J)\*V(J)-Y(J)\*U(J)

C COSSENOS DIRETORES DOS PONTOS DE TRABALHO

DO 11 L=1,M

AF(L)=(AF(L)\*PI)/180.

BF(L)=(BF(L)\*PI)/180.

CF(L)=(CF(L)\*PI)/180.

DF(L)=(DF(L)\*PI)/180.

UN(L)=COS(AF(L))\*SIN(BF(L))

VN(L)=SIN(AF(L))



PAGE 2

```

WN(L)=COS(AF(L))*COS(BF(L))
UA(L)=COS(CF(L))*SIN(DF(L))
VA(L)=SIN(CF(L))
WA(L)=COS(CF(L))*COS(DF(L))
UT(L)=WA(L)*VN(L)-VA(L)*WN(L)
VT(L)=UA(L)*WN(L)-WA(L)*UN(L)
WT(L)=VA(L)*UN(L)-UA(L)*VN(L)
EN(L)=YF(L)*WN(L)-ZF(L)*VN(L)
GN(L)=ZF(L)*UN(L)-XF(L)*WN(L)
HN(L)=XF(L)*VN(L)-YF(L)*UN(L)
EA(L)=YF(L)*WA(L)-ZF(L)*VA(L)
GA(L)=ZF(L)*UA(L)-XF(L)*WA(L)
HA(L)=XF(L)*VA(L)-YF(L)*UA(L)
ET(L)=YF(L)*WT(L)-ZF(L)*VT(L)
GT(L)=ZF(L)*UT(L)-XF(L)*WT(L)
11 HT(L)=XF(L)*VT(L)-YF(L)*UT(L)
CALL LINK(RFD2)
END

```

FEATURES SUPPORTED  
 ONE WORD INTEGERS  
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR RFD1  
 COMMON 1642 VARIABLES 680 PROGRAM 716

END OF COMPILATION

// DUP

\*STORE WS UA RFD1  
 D 06 ENTRY POINT NAME ALREADY IN LET/FLET

// FOR

\*IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)  
 \*LIST SOURCE PROGRAM  
 \*ONE WORD INTEGERS  
 \*NAME RFD2

```

  DIMENSION TF(3),WZ(2),WMY(2),GX(2),GY(2),GMX(2),GMZ(2),DT(5
10),S(6,6),R(6),OH(50),IM(50),PP1(50),PP2(50),PP3(50),PP4(50
2),PP5(50),PP6(50),OD(3),ODM(3),ID(3),PA1(3),PA2(3),PA3(3),P
3A4(3),PA5(3),PA6(3),OM(3),DHM(50),RK(50),DMF(3),OF(3)
  COMMON OHM(50),U(50),V(50),W(50),E(50),G(50),H(50),UN(20),V
1N(20),WN(20),EN(20),GN(20),HN(20),UA(20),VA(20),WA(20),EA(2
20),GA(20),HA(20),UT(20),VT(20),WT(20),ET(20),GT(20),HT(20),
3XF(20),YF(20),ZF(20),N,M,CK(50)
  READ(2,1)M1,M2,M3,M4,M5,M6

```

PAGE 3

```

1  FORMAT(6I5)
   READ(2,2)FA,TH,(TF(N1),N1=1,3)
2  FORMAT(5F10.5)
   READ(2,3)AA,AN,AT,WY
3  FORMAT(4F10.1)
   READ(2,4)(WZ(N2),WMY(N2),GX(N2),GY(N2),GMX(N2),GMZ(N2),N2=1
1,2)
4  FORMAT(6F10.1)
   DO 50 I6=1,3
50  ODM(I6)=0.
C   FORCAS E TORQUES NO C.G.
   II=0
   DO 12 L1=1,M1
   DO 12 L2=1,M2
   DO 12 L3=1,M3
   DO 12 L4=1,M4
   DO 12 L5=1,M5
   DO 12 L6=1,M6
   DO 12 L7=1,M
   II=II+1
   P1=AA*UA(L7)+AN*UN(L7)+AT*UT(L7)
   P2=AA*VA(L7)+AN*VN(L7)+AT*VT(L7)+WY+WMY(L2)
   P3=AA*WA(L7)+AN*WN(L7)+AT*WT(L7)+WZ(L1)
   P4=AA*EA(L7)+AN*EN(L7)+AT*ET(L7)+GX(L3)+GMX(L5)
   P5=AA*GA(L7)+AN*GN(L7)+AT*GT(L7)+GY(L4)
   P6=AA*HA(L7)+AN*HN(L7)+AT*HT(L7)+GMZ(L6)
C   DESLOCAMENTOS E ROTACOES DO C.G. (OMEGA*S)
   DO 14 J2=1,6
   DO 14 J1=1,6
14  S(J1,J2)=0.
   DO 13 I=1,N
   S(1,1)=S(1,1)+CK(I)*U(I)**2
   S(2,1)=S(2,1)+CK(I)*U(I)*V(I)
   S(3,1)=S(3,1)+CK(I)*U(I)*W(I)
   S(4,1)=S(4,1)+CK(I)*U(I)*E(I)
   S(5,1)=S(5,1)+CK(I)*U(I)*G(I)
   S(6,1)=S(6,1)+CK(I)*U(I)*H(I)
   S(1,2)=S(2,1)
   S(2,2)=S(2,2)+CK(I)*V(I)**2
   S(3,2)=S(3,2)+CK(I)*V(I)*W(I)
   S(4,2)=S(4,2)+CK(I)*V(I)*E(I)
   S(5,2)=S(5,2)+CK(I)*V(I)*G(I)
   S(6,2)=S(6,2)+CK(I)*V(I)*H(I)
   S(1,3)=S(3,1)
   S(2,3)=S(3,2)
   S(3,3)=S(3,3)+CK(I)*W(I)**2
   S(4,3)=S(4,3)+CK(I)*W(I)*E(I)
   S(5,3)=S(5,3)+CK(I)*W(I)*G(I)

```

PAGE 4

```

S(6,3)=S(6,3)+CK(I)*W(I)*H(I)
S(1,4)=S(4,1)
S(2,4)=S(4,2)
S(3,4)=S(4,3)
S(4,4)=S(4,4)+CK(I)*E(I)**2
S(5,4)=S(5,4)+CK(I)*E(I)*G(I)
S(6,4)=S(6,4)+CK(I)*E(I)*H(I)
S(1,5)=S(5,1)
S(2,5)=S(5,2)
S(3,5)=S(5,3)
S(4,5)=S(5,4)
S(5,5)=S(5,5)+CK(I)*G(I)**2
S(6,5)=S(6,5)+CK(I)*G(I)*H(I)
S(1,6)=S(6,1)
S(2,6)=S(6,2)
S(3,6)=S(6,3)
S(4,6)=S(6,4)
S(5,6)=S(6,5)
13 S(6,6)=S(6,6)+CK(I)*H(I)**2
R(1)=P1
R(2)=P2
R(3)=P3
R(4)=P4
R(5)=P5
R(6)=P6
NUM=6
KS=0
CALL SIMQ(S,R,NUM,KS)
C DESLOCAMENTOS DOS MANCAIS (OMEGA*DES.H)
DO 54 I2=1,N
54 OH(I2)=R(1)*U(I2)+R(2)*V(I2)+R(3)*W(I2)+R(4)*E(I2)+R(5)*G(I
12)+R(6)*H(I2)
C DESLOCAMENTOS MAXIMOS DOS MANCAIS (OMEGA*DES.HMAX.)
DO 15 I3=1,N
IF(ABS(OH(I3))-OHM(I3))15,15,16
16 OHM(I3)=ABS(OH(I3))
IM(I3)=I3
PP1(I3)=P1
PP2(I3)=P2
PP3(I3)=P3
PP4(I3)=P4
PP5(I3)=P5
PP6(I3)=P6
15 CONTINUE
C DESLOCAMENTOS DOS PTO. DE TRABALHO NOS EIXOS N,A,T (*OMEGA)
I4=I1
19 IF(I4-M)17,17,18
18 I4=I4-M

```

PAGE 5

GO TO 19

```

17 OD(1)=(R(1)+YF(I4)*R(6)+ZF(I4)*R(5))*FA
   OD(2)=(R(2)+XF(I4)*R(6)+ZF(I4)*R(4))*FA
   OD(3)=(R(3)+XF(I4)*R(5)+YF(I4)*R(4))*FA
   OF(1)=OD(1)*UN(I4)+OD(2)*VN(I4)+OD(3)*WN(I4)
   OF(2)=OD(1)*UA(I4)+OD(2)*VA(I4)+OD(3)*WA(I4)
   OF(3)=OD(1)*UT(I4)+OD(2)*VT(I4)+OD(3)*WT(I4)

```

C DESLOCAMENTOS MAXIMOS DOS PTOS DE TRABALHO NOS EIXOS N,A,T

DO 12 I5=1,3

IF(ABS(OF(I5))-ODM(I5))12,12,21

21 ODM(I5)=ABS(OF(I5))

ID(I5)=I5

PA1(I5)=P1\*FA

PA2(I5)=P2\*FA

PA3(I5)=P3\*FA

PA4(I5)=P4\*FA

PA5(I5)=P5\*FA

PA6(I5)=P6\*FA

12 CONTINUE

C RELACAO OMEGA PARA OS PONTOS DE TRABALHO

DO 33 I1=1,3

33 OM(I1)=ODM(I1)/TF(I1)

DO 25 K2=2,3

IF(OM(I1)-OM(K2))24,25,25

24 OM(I1)=OM(K2)

ID(I1)=ID(K2)

25 CONTINUE

C RELACAO OMEGA PARA OS MANCAIS

OHMAX=0.

DO 28 K3=1,N

IF(OHMAX-OHM(K3))27,28,28

27 OHMAX=OHM(K3)

IMAX=IM(K3)

28 CONTINUE

WRITE(3,39)IMAX

39 FORMAT(/,6X,'MANCAL CRITICO NUMERO',I4)

C RELACAO OMEGA

O=OHMAX/TH

IF(O-OM(1))29,30,30

29 O=OM(1)

IMAX=ID(1)

PP1(IMAX)=PA1(IMAX)

PP2(IMAX)=PA2(IMAX)

PP3(IMAX)=PA3(IMAX)

PP4(IMAX)=PA4(IMAX)

PP5(IMAX)=PA5(IMAX)

PP6(IMAX)=PA6(IMAX)

C VAR. FOLGA MAX, RIGIDEZ E VAR. FORCA MAX DOS MANCAIS

PAGE 6

```

30 WRITE(3,40)
40 FORMAT(/,15X,'VAR. FOLGA',11X,'RIGIDEZ',12X,'VAR. FORCA',/
1,18X,'(MM)',14X,'(KGF/MM)',14X,'(KGF)',/)
DO 31 K4=1,N
DHM(K4)=OHM(K4)/O
RK(K4)=CK(K4)*O
DT(K4)=DHM(K4)*RK(K4)
WRITE(3,41)K4,DHM(K4),RK(K4),DT(K4)
41 FORMAT(I6,3E20.6)
31 CONTINUE
C  DESLOCAMENTOS MAX DOS PTOS DE TRABALHO PARA OMEGA CALCULADO
DO 32 K5=1,3
32 DMF(K5)=ODM(K5)/O
WRITE(3,42)(DMF(K6),K6=1,3)
42 FORMAT(/,/, 'DES N=',E13.6,5X,'DES A=',E13.6,5X,'DES T=',E
113.6)
WRITE(3,43)
43 FORMAT(/,/,13X,'P1',18X,'P2',18X,'P3',18X,'P4',18X,'P5',18X
1,'P6')
WRITE(3,44)PP1(IMAX),PP2(IMAX),PP3(IMAX),PP4(IMAX),PP5(IMAX
1),PP6(IMAX)
44 FORMAT(/,6E20.6)
CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED  
ONE WORD INTEGERS  
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR RFD2  
COMMON 1642 VARIABLES 1320 PROGRAM 1922

END OF COMPILATION

// DUP

\*STORE WS UA RFD2  
D 06 ENTRY POINT NAME ALREADY IN LET/FLET

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// XEQ RFD1

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// FOR

\*IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)

\*LIST SOURCE PROGRAM

\*ONE WORD INTEGERS

C

C PROGRAMA NUMERO 2

C

DIMENSION HO(50),RK(50),P(6),X(50),Y(50),Z(50),S(50),B(50),  
1F(50),A(6,50),T(50),R(6),C(5),U(50),V(50),W(50),E(50),G(50)  
2,H(50),XX(6),D(5,5),XO(50)

READ(2,1)NN,N,XP

1 FORMAT(2I5,F5.2)

READ(2,2)(P(L1),L1=1,6)

2 FORMAT(6E13.6)

READ(2,2)(HO(N1),RK(N1),N1=1,NN)

C FORCAS PROVISORIAS NOS MANCAIS

DO 40 N3=1,NN

40 T(N3)=XP\*HO(N3)\*RK(N3)

T(N)=-P(3)

READ(2,3)(X(L2),Y(L2),Z(L2),S(L2),B(L2),L2=1,N)

3 FORMAT(5F8.2)

C COSSENOS DIRETORES DOS MANCAIS

DO 10 N2=1,N

S(N2)=(3.1416\*S(N2))/180.

B(N2)=(3.1416\*B(N2))/180.

U(N2)=COS(S(N2))\*SIN(B(N2))

V(N2)=SIN(S(N2))

W(N2)=COS(S(N2))\*COS(B(N2))

A(1,N2)=U(N2)

A(2,N2)=V(N2)

A(3,N2)=W(N2)

E(N2)=Y(N2)\*W(N2)-Z(N2)\*V(N2)

G(N2)=Z(N2)\*U(N2)-X(N2)\*W(N2)

H(N2)=X(N2)\*V(N2)-Y(N2)\*U(N2)

A(4,N2)=E(N2)

A(5,N2)=G(N2)

10 A(6,N2)=H(N2)

C RESULTANTES DAS FORCAS NOS MANCAIS

27 DO 11 I1=1,6

R(I1)=0.

DO 11 J1=1,N

PAGE 2

```

11 R(I1)=A(I1,J1)*T(J1)+R(I1)
   DO 17 L=1,6
   XX(L)=R(L)+P(L)
   IF(ABS(XX(L))-1.)20,20,17
20 IF(L-6)17,21,21
17 CONTINUE
   GO TO 23
C   CALCULO DO PARAMETRO LAMBDA
21 DO 22 M1=1,NN
22 XO(M1)=T(M1)/(HO(M1)*RK(M1))
   WRITE(3,7)
   7 FORMAT(///,10X,'PARAMETRO LAMBDA',9X,'FORCA(KGF)',8X,'ESPES
1SUR(MM)',/)
   WRITE(3,6)(M2,XO(M2),T(M2),HO(M2),M2=1,N)
   6 FORMAT(I6,3E20.6)
   GO TO 30
23 DO 12 K=1,5
   DO 12 K1=1,5
12 D(K1,K)=0.
   DO 13 M=1,NN
   D(1,1)=D(1,1)+U(M)**2
   D(2,1)=D(2,1)+U(M)*V(M)
   D(3,1)=D(3,1)+U(M)*E(M)
   D(4,1)=D(4,1)+U(M)*G(M)
   D(5,1)=D(5,1)+U(M)*H(M)
   D(1,2)=D(2,1)
   D(2,2)=D(2,2)+V(M)**2
   D(3,2)=D(3,2)+V(M)*E(M)
   D(4,2)=D(4,2)+V(M)*G(M)
   D(5,2)=D(5,2)+V(M)*H(M)
   D(1,3)=D(3,1)
   D(2,3)=D(3,2)
   D(3,3)=D(3,3)+E(M)**2
   D(4,3)=D(4,3)+E(M)*G(M)
   D(5,3)=D(5,3)+E(M)*H(M)
   D(1,4)=D(4,1)
   D(2,4)=D(4,2)
   D(3,4)=D(4,3)
   D(4,4)=D(4,4)+G(M)**2
   D(5,4)=D(5,4)+G(M)*H(M)
   D(1,5)=D(5,1)
   D(2,5)=D(5,2)
   D(3,5)=D(5,3)
   D(4,5)=D(5,4)
13 D(5,5)=D(5,5)+H(M)**2
   C(1)=-P(1)
   C(2)=-P(2)
   C(3)=-P(4)

```



PAGE 3

```

      C(4)=-P(5)
      C(5)=-P(6)
      DO 14 I2=1,N
      C(1)=C(1)-T(I2)*U(I2)
      C(2)=C(2)-T(I2)*V(I2)
      C(3)=C(3)-T(I2)*E(I2)
      C(4)=C(4)-T(I2)*G(I2)
14   C(5)=C(5)-T(I2)*H(I2)
      NUM=5
      KS=0
      CALL SIMQ(D,C,NUM,KS)
      DO 15 J=1,NN
15   F(J)=(C(1)*U(J)+C(2)*V(J)+C(3)*E(J)+C(4)*G(J)+C(5)*H(J))/4.
      J2=J2+1
C     NOVAS FORCAS NOS MANCAIS
      DO 26 J5=1,NN
26   T(J5)=T(J5)+F(J5)
      GO TO 27
30   CALL EXIT
      END

```

FEATURES SUPPORTED  
 ONE WORD INTEGERS  
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR  
 COMMON 0 VARIABLES 2342 PROGRAM 1196

END OF COMPILEATION

// XEQ

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// FOR

\*LIST SOURCE PROGRAM  
 \*IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)  
 \*ONE WORD INTEGERS

C

C PROGRAMA NUMERO 3

C

DIMENSION R0(50),T(50),X0(50),A(50),B(50),C(50),SM(50),SF(50),PP(50),P(50),FI(50),RI(50),Q(50),D(50),RA(50),R(50),DT(120),CT(10),H(50),XCOF(3),COF(3),RR(2),RE(2),IER(1)

READ(2,1)N,VISC

1 FORMAT(I6,E20.3)

READ(2,2)(X0(I),T(I),A(I),B(I),H(I),I=1,N)

2 FORMAT(F10.6,3F10.2,F10.3)

READ(2,30)(DT(I1),I1=1,10)

30 FORMAT(10F4.1)

QT=0.

PPM=0.

C

PRESSAO DO SISTEMA

DO 10 J=1,N

R0(J)=1.-1./(3.\*X0(J))

SM(J)=A(J)\*B(J)

PP(J)=T(J)/(R0(J)\*SM(J))

IF(PP(J)-PPM)10,10,11

11 PPM=PP(J)

K=J

10 CONTINUE

PS=T(K)/(0.65\*R0(K)\*SM(K))

C

PARAMETROS DO SISTEMA

DO 20 L=1,N

P(L)=R0(L)\*PS

SF(L)=T(L)/P(L)

RA(L)=SF(L)/SM(L)

D(L)=A(L)+B(L)

XCOF(1)=SM(L)-SF(L)

XCOF(2)=-D(L)

XCOF(3)=1.

INT=2

CALL POLRT(XCOF,COF,INT,RR,RE,IER)

DO 40 MM=1,2

IF(RR(MM))40,40,42

PAGE 2

```

42 IF(B(L)-2.*RR(MM))40,40,41
40 CONTINUE
41 C(L)=RR(MM)
   FI(L)=6./(D(L)/C(L)-2.)
   RI(L)=0.414*C(L)
   Q(L)=P(L)*H(L)**3/FI(L)
   R(L)=(PS-P(L))/Q(L)
20 QT=QT+Q(L)
   QQ=1.5*QT/VISC
   HB=QQ*PS/(0.8*75000.)
   WRITE(3,3)
3  FORMAT(17X,'A',14X,'B',14X,'C',13X,'RI',12X,'RA',12X,'FI',1
12X,'Q')
   WRITE(3,4)(M,A(M),B(M),C(M),RI(M),RA(M),FI(M),Q(M),M=1,N)
4  FORMAT(I6,4F15.2,3F15.5)
   WRITE(3,5)QQ,HB,VISC
5  FORMAT(5X,'VAZAO(MM3/S)=' ,E13.6,5X,'POT.TOT.(CV)=' ,E13.6,5X
1,'VISC(KGF.S/MM2)=' ,E13.6)
   WRITE(3,6)
C   ESCOLHA DO TUBO CAPILAR
6  FORMAT(//,20X,'COMPRIMENTO DO TUBO(MM)',//,40X,'DIAMETRO DO
1 TUBO(MM)',/)
   WRITE(3,7)(DT(M1),M1=1,10)
7  FORMAT(6X,10F11.4,/)
   KK=1
   DO 21 L1=1,N
   DO 22 L2=1,10
22 CT(L2)=3.14*R(L1)*DT(L2)**4/128.
   WRITE(3,8)KK,(CT(M2),M2=1,10)
8  FORMAT(I6,10F11.2)
   KK=KK+1
21 CONTINUE
   CALL EXIT
   END

```

FEATURES SUPPORTED  
 ONE WORD INTEGERS  
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR  
 COMMON 0 VARIABLES 1794 PROGRAM 706

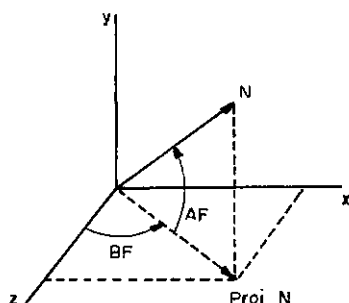
END OF COMPILATION

// XEQ

### A P E N D I C E 3

Determinação dos cossenos diretores das forças de usinagem

a) para a direção normal



N - força de usinagem normal

AF - ângulo entre a força de usinagem normal e o plano xz

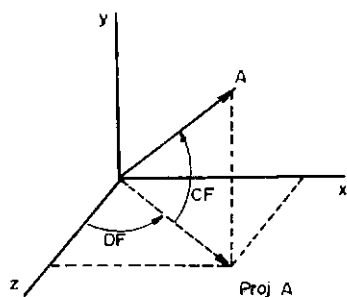
BF - ângulo entre a projeção da força de usinagem normal no plano xz e o eixo z.

$$u_n = \cos AF \cdot \sin BF$$

$$v_n = \sin BF$$

$$w_n = \cos AF \cdot \cos BF$$

b) para a direção axial



A - força de usinagem axial

CF - ângulo entre a força de usinagem axial e o plano xz

DF - ângulo entre a projeção da força de usinagem axial no plano xz e o eixo z.

$$u_a = \cos CF \cdot \sin DF$$

$$v_a = \sin CF$$

$$w_a = \cos CF \cdot \cos DF$$

c) para a direção tangencial

$$u_t = w_a \cdot v_n - v_a \cdot w_n$$

$$v_t = u_a \cdot w_n - w_a \cdot u_n$$

$$w_t = v_a \cdot u_n - u_a \cdot v_n$$